

軌道暦と測位解の誤差要因及び相互関係の精査（第1年次）

実施期間

令和7年度～令和9年度

地理地殻活動研究センター

田中 優介

宇宙測地研究室

1. はじめに

衛星測位による精密な位置決定には、GNSS 衛星自身の精密な位置情報、いわゆる軌道暦が必要不可欠である。そこで国土地理院と JAXA は自律的かつ安定的な位置情報基盤の確立を目指し、国産の軌道計算ソフトウェアである MADOCA (Kawate et al., 2023) を用いた暦決定に共同で取り組んでいる。生成された精密暦（以下「JGX 暦」という。）は 2023 年から外部への提供を行っており、同年に国際 GNSS 事業 (International GNSS Service) (以下「IGS」という。) の解析センターに認定され、IGS 精密暦の算出にも組み込まれている。JGX 暦はほかの解析センターの暦に比肩し得る精度を達成しているが、その時空間挙動と物理的意味の詳細については探索・解明の途上である。また、暦の誤差が測位解析にどのように伝搬し、最終的に得られる座標値にどの程度の変化をもたらすのか定量的に検証・評価した事例も少なく、重要な課題といえる。本研究では上記の問題意識の下、軌道暦の時空間特性や推定の際の未知パラメータ分離精度を統計的に分析する。また、暦推定から測位解析に至る誤差伝搬の過程を考察し、両者の知見を基に測位解析・軌道推定の高度化に資する技術開発を行うことを目指す。今年度は主に生成済みの JGX 暦の時空間特性を調査し、さらに、暦の変化が測位解に与える影響量を可視化する手法を検討した。

2. 研究内容

2.1 研究開発の概要

本研究で取り組む内容を図-1 に示す。まず生成済みの JGX 暦の時空間特性を統計的に分析し、どのような傾向・依存性を持つのか特徴を明らかにする。また、必要に応じてほかの軌道暦の特性とも比較する（図中の①調査パート）。併せて MADOCA を用いた軌道推定を様々な設定条件の下で行い、推定結果に対する入力データ及び各種推定パラメータ・設定の寄与を検証する（図中の②実験パート）。両者の結果を組み合わせることで JGX 暦の挙動の物理的意味を解釈する。最後に、暦の誤差又は差異が測位解に与える影響量を評価する手法を検討する（図中の③影響評価パート）。これらの内容を相互に連携させることで軌道推定・測位解析の誤差要因を一体的に評価し、軌道・座標の決定精度の向上に資する知見・技術を提供することを目標とする。ここでは今年度に主に取り組んだ①と③の内容を示す。

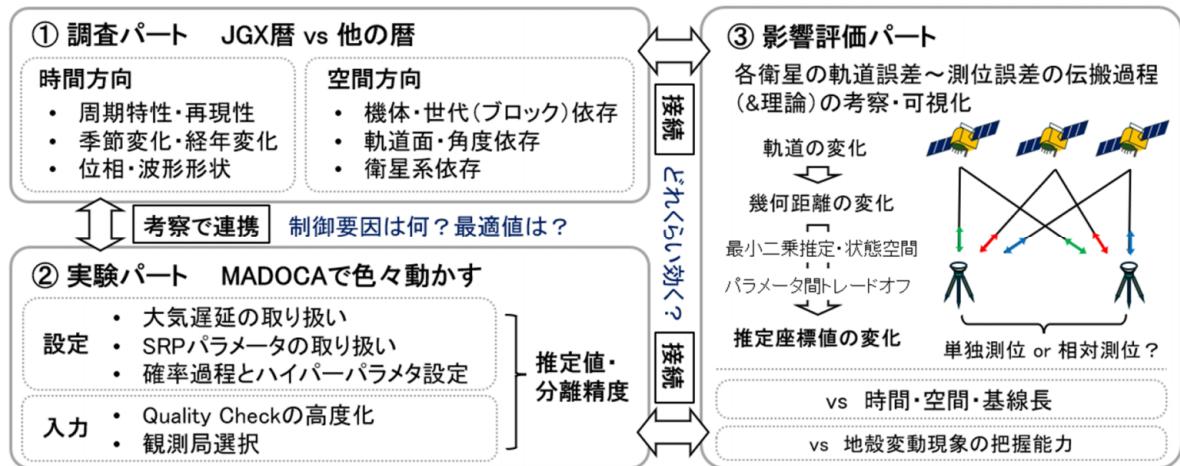


図-1 本研究で取り組む内容の全体像.

2.2 JGX 暦の時空間特性

はじめに 2025 年 8 月 31 日～9 月 27 日の 4 週間の, JGX 最終暦による衛星座標値の時空間特性を調べた. 時間間隔は 15 分で, 今回は GPS 衛星のみを扱った. また, 円運動する衛星の座標値をそのまま時系列として扱うと, 細かな変動の抽出が困難である. そのため IGS 最終暦による衛星座標値との差分をとり, 軌道の半径方向 (Radial), 衛星の進行方向 (Along-track), 両者に直交する方向 (Cross-track) に投影した値で扱った (一般に上記 3 方向を Radial, Cross, Along の順でまとめて, RCA 座標系などという.). 同値を以下では差分時系列と呼ぶ.

まず時間方向の特徴として, 図-2 に差分時系列のスペクトルを示す. 3 成分いずれも 24/N 時間の周期成分が卓越し, 特に 12 時間周期のピークが顕著である. GPS 衛星の周回周期は恒星日の半分の 11 時間 58 分程度であり, 太陽輻射圧などの外力の影響もおおむね日周期で生じる. これらの点から図-2 のような半日・1 日の周期性は直感に合う結果と考えられる.

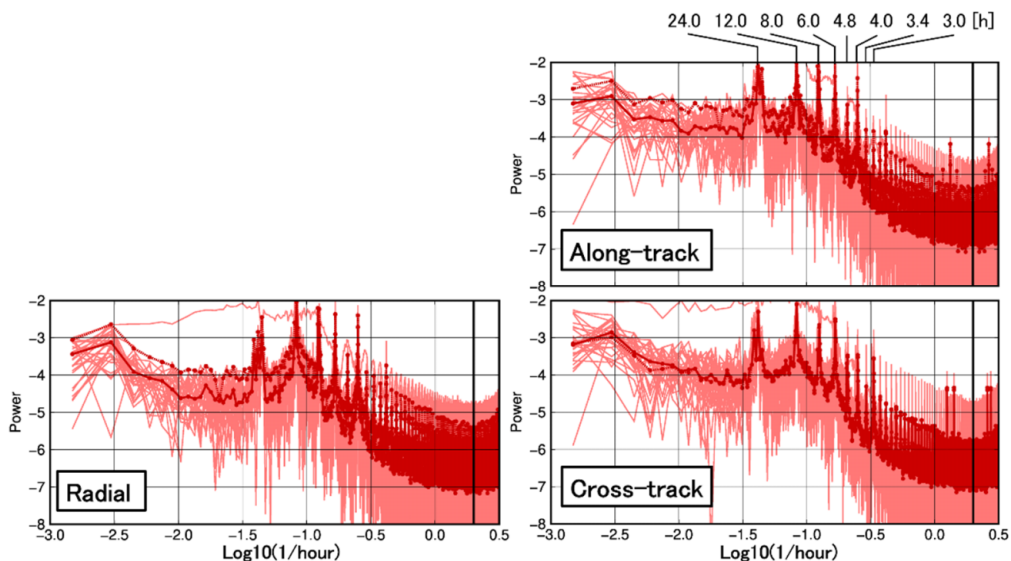


図-2 JGX-IGS 差分時系列のスペクトル特性. 細線が各衛星のスペクトルで, 太線が全 32 機のスペクトルをスタックしたもの, 実線が平均値, 破線が中央値を表す. 主要なピークの対応周期を上端に表示.

日以上のスケールでの周期性を更に確認するため、ラグ相関の算出も併せて行った。具体的には解析期間の初めの2日間の差分時系列をスライドさせ、後続期間の差分時系列との相関をとっていった。その結果、半日・1日おきに正の相関ピークが現れ、日ごとに類似したパターンが安定して繰り返されることを確認した。相関のピークの日時を恒星日（23.93時間）で割った余りを算出し、そのヒストグラムをとったものが図-3である。いずれの成分でも最頻値はゼロではなく若干正の値に偏る傾向があり、差分時系列のパターンが恒星日より僅かに長い周期で再来することが示唆されている。このことからJGX暦の挙動は恒星日よりも太陽日、すなわち太陽に正対する周期に強く対応しており、先行研究（e.g., Arnold et al., 2015）でも多数探索されている太陽輻射圧の取扱いが最大の支配要因になっていると考えられる。

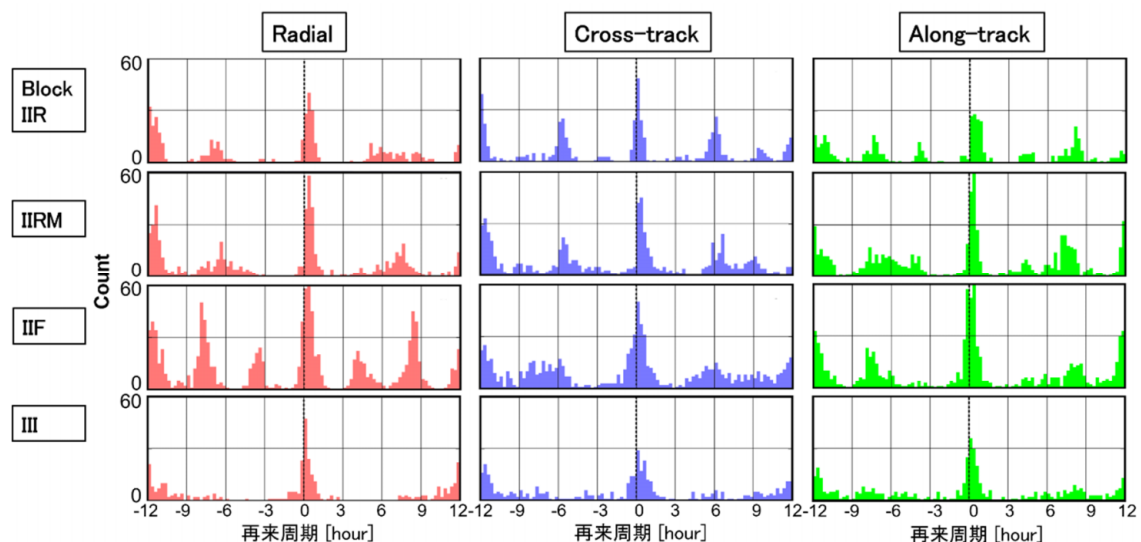


図-3 衛星ブロック・成分別に表示した、差分時系列の再来周期の傾向。ここではラグ相関が正の極大値を示す日時を全て抽出し、8月31日の0時からの通算時間にした上で恒星日で割った余りを算出した。図の中央の余りゼロが1恒星日ちょうどでの再来に対応しており、余りが12時間以上の場合にはマイナス12時間から0時間に折り返して表示している。

次に空間方向の特徴として、各衛星の差分時系列の例を図-4に示す。どの衛星でもおおむね1-2 cmの振幅で推移するが、波形形状・位相は個々に異なっており、目視では解釈困難な複雑性が見られる。そこでこれらの差分時系列の間で相関係数をとった結果が図-5である。図-2・3で示したように時間変化が太陽との位置関係に強く依存することから、相関係数は単純な同時刻の時系列同士ではなく、太陽に正対するエポックに始点を揃えて算出した。具体的には衛星座標値を緯度経度に変換した上で、式(1)による衛星所在時刻が12時を跨ぐ最初のエポックを始点とした。

$$\text{衛星所在時刻 [h]} = \text{SP3のタイムラベル [h]} + (24 * \text{衛星経度 [deg.]} / 360) \quad (1)$$

図-5のようにRadial方向については衛星機体の形式世代、いわゆるブロックで分けたインデックスで表示する方が傾向が明瞭であり、特にブロックIIRMやIIIなどの同一ブロック所属の衛星間で比較的高い相関を示している。反対に対角から離れた値、すなわち異なるブロックの衛星間の相関は低い。機体形状や質量の違いによる、ブロック間の力学特性の違いを主に反映していることが考えられる。一方、Along-track・Cross-track方向については、衛星が配置されている軌道面で分けて表示した方が

類似性を確認しやすい。したがって太陽に対する角度に応じた、太陽輻射圧の影響の違いを反映していることが考えられる。このように暦の挙動は方向によって卓越する支配要因が異なる可能性がある。

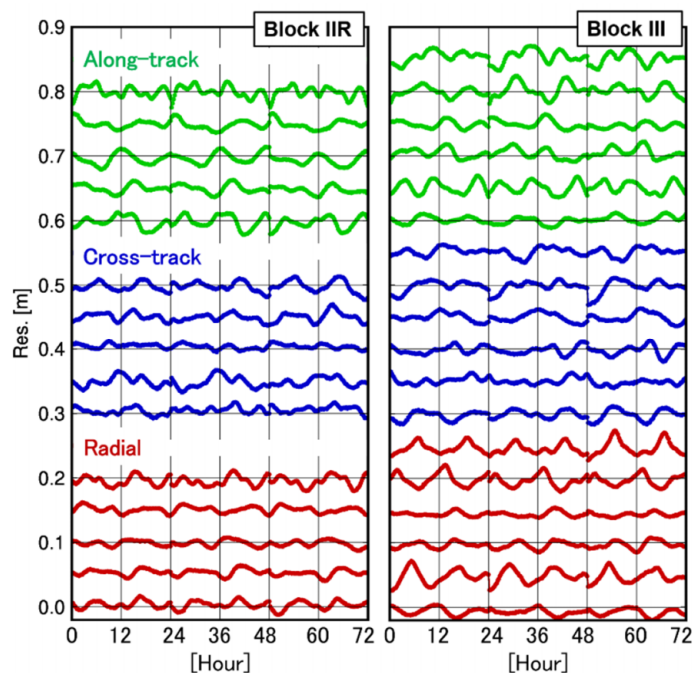


図-4 JGX-IGS 差分時系列の実際の形状。解析期間のはじめの3日間（2025/08/31-09/02）について、成分別で5 cm ずつオフセットして表示。左が運用中のGPS 衛星で最も古い世代であるBlock-IIR、右が最新であるBlock-III のもの

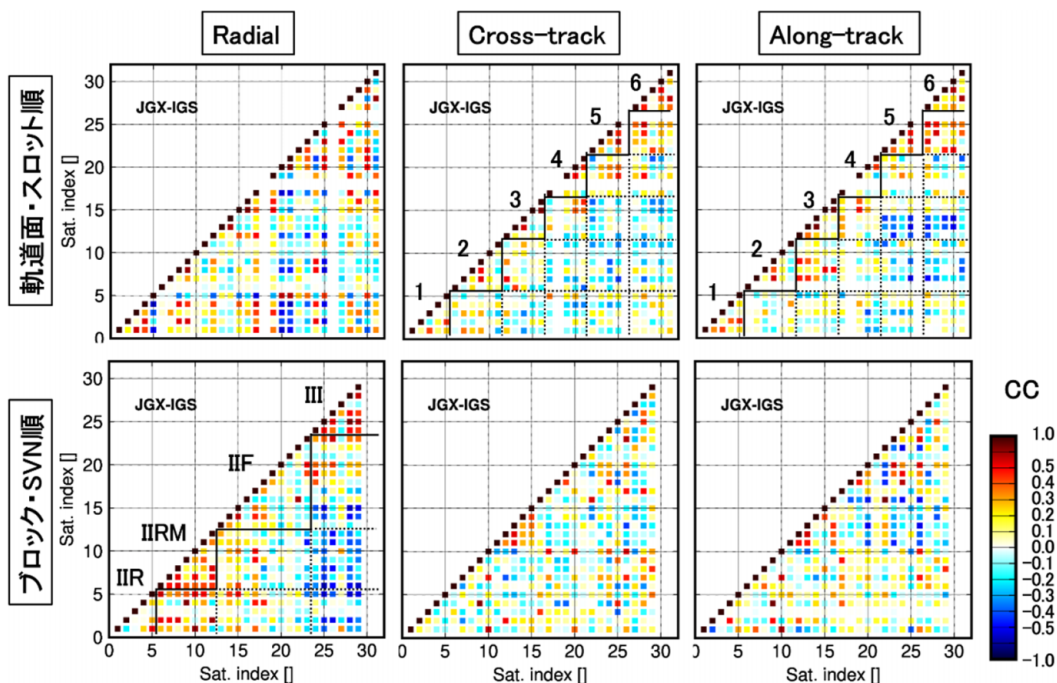


図-5 JGX-IGS 差分時系列の相関構造。上段は衛星インデックスを軌道面別・各面内での位置（スロット）順に表示した場合で、太陽に対する角度に注目した表示。軌道面1と6は図上では最も離れているが、現実では隣接することに注意。下段はブロック別・各ブロック内でSVN（Satellite Vehicle Number）順に並べた場合で、衛星機体の世代・古さに注目した表示である。補助線は軌道面・ブロックの境目を表す。

以上のように JGX 暦の挙動は、時間方向については日周変化を中心とした強い規則性を示す一方、空間方向は軌道配置・衛星機体に対する複雑な依存性を示し、解釈の余地が大きいことが示された。今後はクラスタ解析など更に高度な数理技術を用いた特徴抽出を検討する。また、MADCOCA を用いた暦推定を様々な設定条件で行うことでパラメータテストを行い、どの未知数・ハイパーパラメータがどの方向の挙動にどの程度寄与するか切り分けを進める。

2.3 測位解に与える影響量の可視化

測位解析には多数の前処理手順や補正情報の適用、ハイパーパラメータの設定が複雑に介在する。そのため、単純に二つの軌道暦を用いて推定された座標値を比較するだけでは、本来の軌道暦の影響分を正確に可視化するのが困難である。そこで本項目では、衛星位置の変化から幾何学的に期待される座標推定値の変化の単純な見積もりを起点とし、軌道暦の影響とその他の要因を切り分けた可視化を試みる。上記の目的のため、初めに JGX 暦・IGS 暦の差分を視線方向の伸縮量に換算した。高度 2 万 km の衛星の座標値が数センチ変わっても視線の方向はほぼ不変であるため、ここでは衛星・観測点間の幾何距離の差をそのまま視線伸縮量として扱う。また、衛星座標値とともに推定される時計誤差（クロック）の寄与も併せて評価するため、各衛星のクロックの差分に光速を乗じた値も得た。ただし JGX 暦と IGS 暦では異なる基準時刻を使用しており（Senior et al., 2003）、この基準時刻の差がクロックの生の差分値の大半を占める。そこで全 GPS 衛星に対する差分値の平均を求め、これを生の差分値から差し引いたものをクロックの差分として用いた。

電子基準点つくば 3 の座標に対して算出される視線方向の伸縮量を図-6 に示す。伸縮量の大きさ・正負は衛星ごとに大きく異なり、上空の分布としては不規則になる。衛星座標値の寄与はおおむね 1-2 cm、クロックの寄与は 3-4 cm で後者の方が大きい。前述の基準時刻の差の影響が残っており、実際のクロックの寄与は更に小さい可能性がある。また、半数以上の衛星で両者の寄与は反転した傾向を示しており、暦推定の段階で衛星座標値・クロックの間のトレードオフが生じていると考えられる。

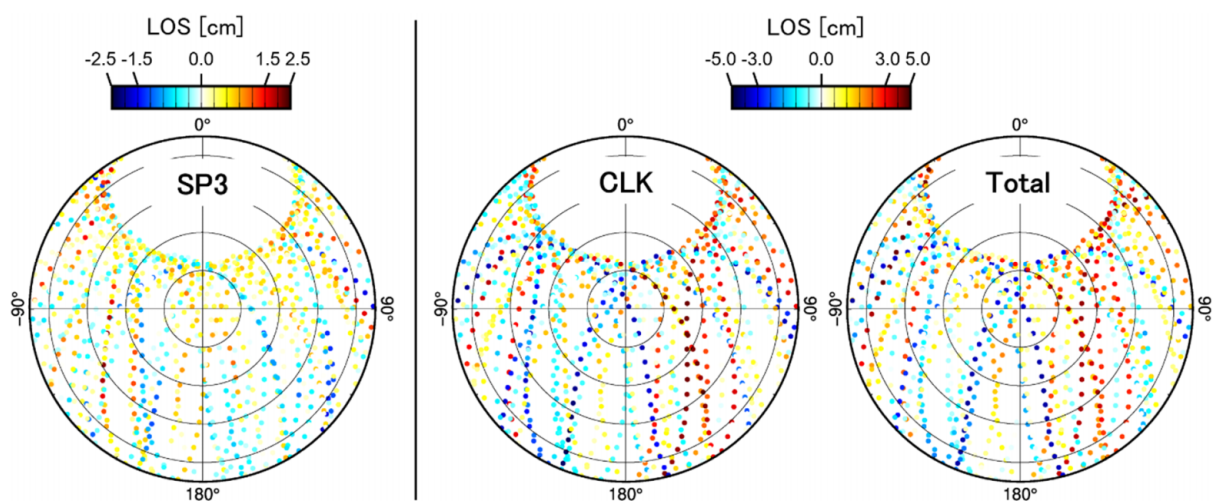


図-6 JGX 最終暦・IGS 最終暦の差分から換算した、電子基準点つくば 3 に対する視線方向の伸縮量のスカイプロット。解析期間初日の 2025 年 8 月 31 日の全衛星の値を表示しており、左から衛星座標値の差分の寄与、クロックの差分の寄与、両者の和を示す。

電子基準点の日々の座標値の導出は基線解析に基づいて行われているが、本研究では直感的に理解しやすい単独測位による位置決定から考察を行った。まず単一エポックの衛星・観測点間の幾何距離

から，観測点座標のみを未知数として最小二乗推定するという最も単純な状況を Newton-Raphson 法の定式化を参考に検討した．ここで k 番衛星の座標を $\mathbf{x}^k$ ，適当な観測点座標の初期値とその修正量を $\mathbf{x}_0$ ， $\delta\mathbf{x}$ とする．初期値に対応する幾何距離と実際の距離測定値の差は，テイラー級数近似を適用して

$$\delta\rho^k = \rho_c^k - \rho_0^k = \|\mathbf{x}^k - \mathbf{x}_0 - \delta\mathbf{x}\| - \|\mathbf{x}^k - \mathbf{x}_0\| = -\mathbf{l}^k \cdot \delta\mathbf{x} + \varepsilon \quad (2)$$

のようになる．ここで $\mathbf{l}^k$ は観測点から k 番衛星に向かう視線方向の単位ベクトルである．4 機以上の K 機の衛星に対して式(2)が得られる場合， $\delta\mathbf{x}$ の最適解は以下になる．

$$\delta\mathbf{x} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \delta\boldsymbol{\rho} \quad (3)$$

$$\delta\boldsymbol{\rho} = \begin{pmatrix} \delta\rho^1 \\ \vdots \\ \delta\rho^K \end{pmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} (-\mathbf{l}^1)^T \\ \vdots \\ (-\mathbf{l}^K)^T \end{pmatrix}$$

K 機の衛星に対する単位ベクトルをまとめた行列 $\mathbf{G}$ は幾何行列と呼ばれる．適当な二つの軌道暦 AC1・AC2 に対応する幾何距離を $\delta\rho_{AC1}$ ， $\delta\rho_{AC2}$ とすると，最適解の差異は

$$\delta\mathbf{x}_{AC2} - \delta\mathbf{x}_{AC1} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T (\delta\boldsymbol{\rho}_{AC2} - \delta\boldsymbol{\rho}_{AC1}) \quad (4)$$

となる．元の定義から $\delta\boldsymbol{\rho}_{AC2} - \delta\boldsymbol{\rho}_{AC1}$ の部分は二つの軌道暦による衛星・観測点間距離の差分となるため（符号は反転して AC1-AC2 になる），図-6 で示した視線方向の伸縮量を当てはめて，幾何行列から影響量が得られることになる．式(4)をエポック毎に適用して得られる予測影響量を，時系列として表示したものが図-7 である．ここでは衛星座標値の寄与に加えてクロックの寄与による見かけの伸縮，また，両者の和に対しても式(4)を同様に適用している．座標推定値への影響量は，個々の衛星の視線方向の伸縮量と同程度の大きさとなる．また，衛星座標値の寄与は正負に偏りがあり，この例では北西寄り，沈降寄りに影響量が卓越している．この原因については引き続き議論を要する．衛星座標値の寄与に比べてクロックの寄与の時間変化は不規則だが，東西方向は前述のトレードオフ関係に対応して，座標推定値の寄与と反転した傾向が見られる．

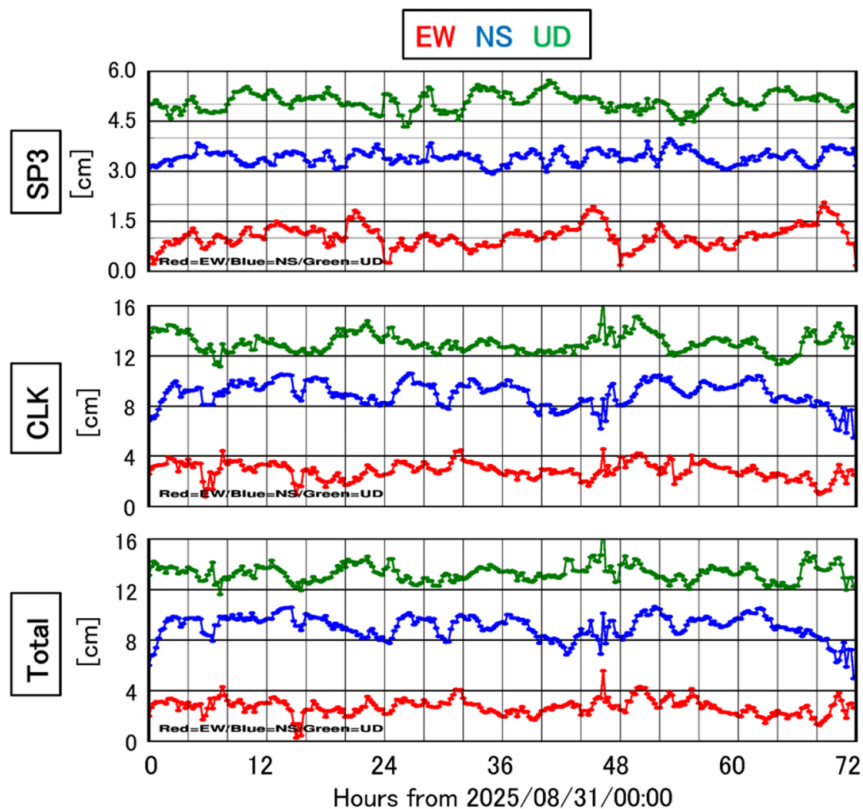


図-7 JGX 最終暦・IGS 最終暦の差分から幾何学的に期待される、電子基準点つくば 3 の座標推定値への影響量。上段から順に衛星座標値の寄与、クロックの寄与、両者の合計で、それぞれ東西・南北・上下方向の値を 1.5cm, 4cm, 4cm ずつオフセットして表示。解析期間ははじめの 3 日間（2025/08/31-09/02）を表示。

JGX 最終暦・IGS 最終暦を用いたキネマティック PPP 解析を別途 RTKLIB 2.4.3 (Takasu, 2012) で実行し、得られる座標時系列の差を図-7 の結果と比較することも試みた。しかしながら座標時系列自体の安定性が低く、その差をセンチ以内のスケールで精度良く比較議論するのは困難であった。今後はほかの測位解析ソフトウェアも試す予定である。今回は時間方向に独立に最小二乗的な扱いをしたが、実際の測位解析では状態空間モデルを適用し、カルマンフィルタで逐次的に未知パラメータを推定することが多い。すなわち確率過程・プロセスノイズ値の設定を介してエポック間の相互作用が生じる。今後はカルマンフィルタのアルゴリズムの下で図-7 と同様の評価を行い、状態空間モデル自体の影響を検証する。また、大気遅延などほかの未知パラメータも設定し、軌道暦の影響がどのようにトレードオフを生じてほかの項に吸収されるか検証する。これらのような段階的な数値実験を行うことで、現実の測位解析に近い状況を再現しつつ直感的に理解可能な誤差伝搬過程の評価を試みる。

3. まとめ・今後の方向性

今年度は生成済みの JGX 暦の時空間特性を調査し、日周性や軌道配置・機体への依存性といった基本的な特徴を明らかにした。今後は MADOCA を用いた軌道推定の数値実験と組み合わせることで、各種の支配要因の寄与を評価する。また、暦の変化が測位解に与える影響量を可視化する手法についても、単独測位の状況を想定した初歩的な検討を行った。引き続き実際の測位解析アルゴリズムに即した拡張を進め、測位の誤差要因の評価手法の確立を目指す。最終的には両者に基づく測位・暦推定の高度化だけでなく、日々の運用における応用も検討する。例えば観測データの品質に問題が生じた際の影響評価、通常と異なる推定結果が得られた際の原因特定など、実際の活用場面を想定しながら

随時研究内容を決定していく方針である．

謝辞

本研究では生成済みの JGX 暦の各種プロダクト，最新版の MADOCA のプログラムについて測地観測センターの暦生成グループより提供を受けた．また，結果に関する議論では，測地観測センター電子基準点課の職員の方々に多大な協力・助言をいただいている．記して感謝を示す．

参考文献

- Arnold, D., Meindl, M., Beutler, G., Dach, R., Schaer, S., Lutz, S., Prange, L., Sosnica, K., Mervart, L., and Jäggi, A. (2015): CODE's new solar radiation pressure model for GNSS orbit determination, *Journal of Geodesy*, 89, 775–791. doi:10.1007/s00190-015-0814-4
- Kawate, K., Igarashi, Y., Yamada, H., Akiyama, K., Okeya, M., Takiguchi, H., Murata, M., Sasaki, T., Matsushita, S., Miyoshi, S., Miyoshi, M., and Kogure, S. (2023): MADOCA: Japanese precise orbit and clock determination tool for GNSS, *Advances in Space Research*, 71(10), 3927–3950. doi:10.1016/j.asr.2023.01.060
- Senior, K., Koppang, P., and Ray, J. (2003): Developing an IGS time scale, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 50(6), 585 – 593. doi:10.1109/TUFFC.2003.1209545
- Takasu, T. (2012): PPP Ambiguity Resolution Implementation in RTKLIB v 2.4.2, PP-RTK & Open Standards Symposium, March 12-13, Frankfurt am Main, Germany.