ジオイドと重力場の時間変動抽出と機構解明に関する研究（第 6 年次）

実施期間　　平成 28 年度～令和 5 年度
地理地殻活動研究センター
宇宙測地研究室　松尾　功二

1. はじめに

地球の形状の近似としての準拠楕円体及びそれに基づいて定義される座標値（緯度・経度・楕円体高・標高）を複雑な形状を持つ現実の地球へ適切に関連付けるためには，地球の物理的性質である重力場を用いる必要がある．標高は，重力場の等ポテンシャル面の一つとして定義されたジオイドからの距離であるため，特に高さに関しては重力場の影響は大きく，純粋に幾何学的に決定された楕円体高から日常生活に不可欠な標高の値を正確に得るためには精密なジオイドが必要となる．近年 GNSS 観測による標高決定手法が普及し，高さの基準としてのジオイドの重要性は一層増している．地球のジオイド及び重力場は地球内部の質量分布を反映して空間的に大きく変動するが，定常的な地殻変動や地震による質量の再配分によって時間的にも変動する．そのようなジオイド及び重力の時間変化をモデルとして表現することで，ジオイド・重力場はある Reference epoch における場とそれからの変化分に分離され，より現実に近い測地基準座標系の基準面を実現するための基礎を与える．また変動場を監視することで地震や定常的な地殻変動といった様々な変動がジオイド変化に与える寄与を把握し，ジオイドを高さの基準として構築した測地基準座標系の維持・管理へ反映することができる．

本研究は，ジオイドや重力に関する地球物理学の知見に基づいて，衛星重力測定，衛星アルチメータ，地上重力測定，地殻変動などの多様な測地観測データを同化することでジオイド及び重力の定常モデルと時間変化モデルを作成し，測地基準座標系の更新の要否を判断するための基礎資料とするとともに時間変化の要因に対する解釈を与えることを目的とする．

2. 研究内容

本年度は，ストークス・ヘルメルト法に基づく精密ジオイド決定のため，ジオイド外部の地形質量塊をジオイド面下に移動させる際の最適な深度に関する研究を行った．

Stokes（1849）は，ジオイド面上の測地境界値問題に基づき，重力データから地球のジオイド形状を決定する理論を提案した．この理論では，地球の重力ポテンシャル場を調和的にするため，ジオイド外部の質量（主に地形）を計算的に除去する必要がある．この処理は地球の質量分布を大きく変容させることから，大きな間接効果（実地球の重力ポテンシャル場との乖離）をもたらし，結果として，ジオイドの決定精度を低下させる．そこで，Helmert（1884）は，ジオイド外部の質量を無限に薄い層に凝縮し，これをジオイド面上又はジオイド面より下方に格納することで，間接効果を抑えたジオイド決定理論を提案した．その後，これらの理論（ストークス・ヘルメルト法と呼ばれる．）は，Heiskanen and Moritz（1967）やVaníček and Martinec（1994）らによって定式化・一般化され，様々な地域のジオイド決定に活用されるようになった．

ストークス・ヘルメルト法に基づくジオイド決定では，一般的に，凝縮したジオイド外部の質量塊はジオイド面上に格納される（e.g. Matsuo and Kuroishi, 2020）．しかしながら，理論研究やシミュレーション研究によると，ジオイド外部の質量塊はジオイド面よりも20～30kmほど深い位置に格納した方が，ジオイド決定精度が高いと予想されている（Heck, 2003; Ågren, 2004）．

そこで，本研究では，実データに基づき，ジオイド外部の質量塊の最適な凝縮深度について調査を行った．対象地域は米国コロラド州（経度250-258度，緯度35-40度）である．コロラド州は，平均標高が高く（約2017m），地形起伏が急峻であることから（最高標高4385m），正確なジオイド計算が困難な地域であり，計算手法の違いがジオイド計算結果に明瞭に現れる．また，ジオイド計算に必要な各種測地データ（地上・航空重力データ，数値標高モデル，検証用の実測ジオイド高データ）が十分に整備されている．そのため，ジオイド計算性能を評価するのに非常に適した地域と言える．ジオイド外部の質量には大気質量と地形質量（陸氷・湖沼を含む）が含まれるが，本研究では，大気質量の扱いはGRS80（Moritz, 2000）の計算手法に従い地球外部の大気質量を地球内部に移動させ，凝縮質量としては地形質量のみを扱う．なお，地形の密度については2,670 kg/m^{3}の一定と仮定した．

3. データと手法

使用した重力データは，米国測地局（National Geodetic Survey）から提供された，59,303 点の地上重力データと 5,975 点の航空重力データである．全球重力場モデルとして，719 次・位まで完備な球面調和関数で表現された XGM2016 モデル（Pail et al., 2018）を使用した．数値標高モデルは，Shuttle Radar Topography Mission v4.1（Jarvis et al., 2008）の角度間隔が 3 秒，1 分，1 度のグリッドデータである．ジオイド計算結果の精度評価を行うための検証データは，米国測地局の Geoid Slope Validation Survey 2017（GSVS17 ; van Westrum et al., 2021）によって取得された 223 点の GNSS/水準データであり，約 1.5cm の精度を持つ). その水準標高値は近似的な正標高（ヘルメルト高）で与えられているため, Flury and Rummel（2009）の式を用いて，厳密な正標高に変換したものを実測ジオイド高データとして用いる．

ジオイド計算には，除去復元-UNB ストークス・ヘルメルト法（e.g. Huang and Véronneau, 2013）を適用する．地形質量塊の重力効果は，Heck（2003）による地球の球面性を考慮した地形化成式を用いて，算出した．

4. 研究結果

図-1に，凝縮深度0kmから100kmまで20kmごとに設定して得られたジオイド計算結果と実測ジオイド高データとのジオイド高の較差について水準路線に沿った分布を示す．また，表-1にその統計情報をまとめる．ジオイド較差の標準偏差は，深度40kmで最小値2.14cmとなった．この結果から，今回の対象地域におけるジオイド計算に対する地形質量塊の最適な凝縮深度は約40kmと言える．ストークス・ヘルメルト法において一般的に設定されてきた凝縮深度0kmを用いた場合，ジオイド較差の標準偏差が2.91cmであることから，米国コロラド州のような山岳域では，凝縮深度として最適値を探索して設定することで，ジオイド計算結果に1cm程度の精度向上が見込めることが明らかになった．

凝縮深度の最適値は, 除去/凝縮を適用された化成重力場の構造とその化成に伴う間接効果の規模に依存する．一般に，化成重力場が滑らかであるほど，また，間接効果が小さいほど，ジオイド決定精度は高い．前者は積分処理を伴う下方接続とストークス積分の誤差を，後者は数値標高モデルと地形密度の不確かさの影響を，それぞれ低減させる効果をもつためである．各凝縮深度における化成重力場（地表面でのヘルメルト重力異常）の標準偏差は，深度0，40，100kmの場合，それぞれ32.34，15.05，18.67mGalであった．一方，間接効果の標準偏差は，凝縮深度0，40，100kmの場合，それぞれ0.15，2.01，4.32mであった．この結果から，ジオイド決定精度に対し，化成重力場の平滑化による向上と間接効果の増大による低下の混合した効果において，今回の対象地域では凝縮深度40kmが最適値としてバランスをとったと推測される．

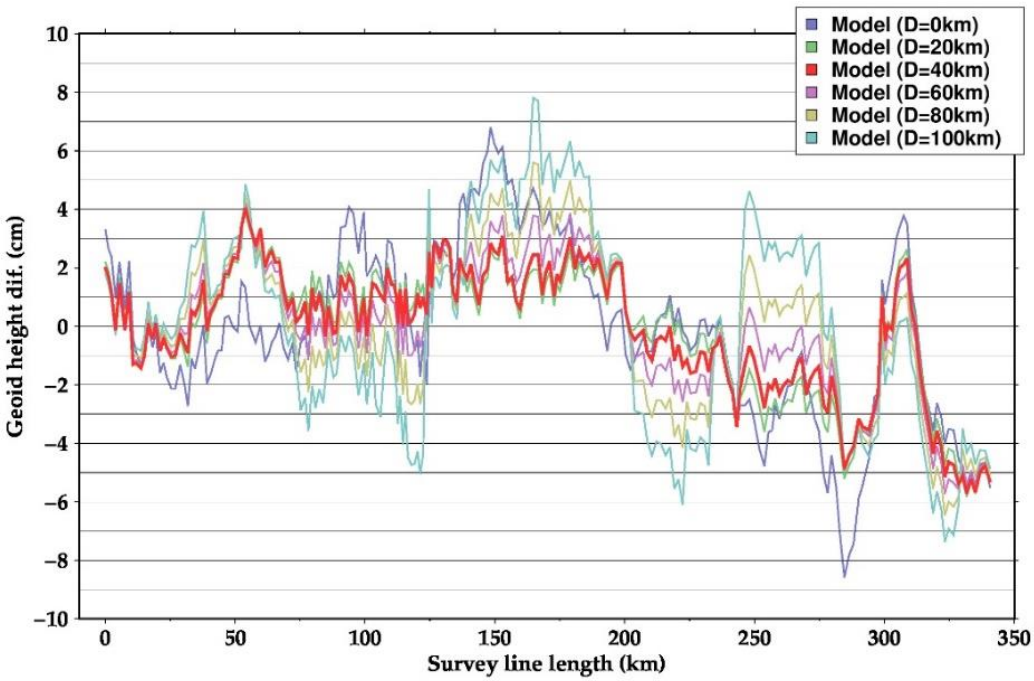

図-1　米国コロラド州において，凝縮深度 0～100km のジオイド・モデルと GSVS17 測量によって得られた実測ジオイド高との較差．縦軸がジオイド高較差を表わし，横軸は検証を行った水準点の水準路線に沿った路線長を表わす．なお，平均較差は除去している．

表-1　凝縮深度 0～100km のジオイド計算結果と GSVS 測量によって得られた実測ジオイドデータとの間の較差の統計．なお，平均較差は除去している．

凝縮深度	最小 (cm)	最大 (cm)	範囲 (cm)	**標準偏差 (cm)**
D=0km	－8.59	6.81	15.39	**2.91**
D=20km	－5.83	3.90	9.73	**2.18**
D=40km	－5.72	4.05	9.77	**2.14**
D=60km	－5.72	4.21	9.93	**2.24**
D=80km	－6.47	5.60	12.06	**2.63**
D=100km	－7.37	7.81	15.18	**3.38**

地形質量塊の凝縮深度と化成重力場の平滑化の関係は，その地域の地下質量構造に依存する．フリーエア重力異常から地形質量の重力効果を除去するとブーゲー重力異常となり，これに凝縮地形質量塊の重力効果を加えるとヘルメルト重力異常となる．

ブーゲー重力異常は地下の質量構造を反映する物理量であり，コロラド州のような安定陸塊に位置する高山域では，アイソスタシーで生じた地殻の根による負の重力異常が見られる．アイソスタシーが成立している場合には，地形質量塊と地殻の根による質量欠損はヘルメルト異常場においておおよそバランスをとることになる．

地震波トモグラフィー（Laske et al., 2013）によると，コロラド州の地殻の根の深さ（モホ面の深さ）は約43kmである．今回の対象地域では，凝縮地形質量塊が地殻の根に近い深度40kmに格納されたこと

で，質量欠損による負の重力異常が打ち消され，化成重力場として滑らかなヘルメルト重力異常が生み出されたと考えられる．すなわち，凝縮深度40kmの選択は地球物理的な解釈からも妥当であると言える．

5. 結論

本研究は，ストークス・ヘルメルト法に基づく精密ジオイド決定のため，ジオイド外部の地形質量塊をジオイド面上又はそれより下方に凝縮移動させる際の最適な深度に関する研究を行った．その結果，米国コロラド州にある今回の対象地域においては，凝縮深度 40km に設定した場合，ジオイドの決定精度が最も高くなり，その精度は約 2cm であった．これまで一般的に設定されてきた凝縮深度 0km の場合と比べると，ジオイド決定精度に約 1cm の向上が確認された．地形質量塊の凝縮深度をジオイド面より深い位置に設定することでジオイド決定精度が向上することは，これまで理論研究やシミュレーション研究では予想されていたが，本研究では，実データに基づいて初めてその予想を実証した．

今後，本手法を日本列島のジオイド決定に適用する予定である．米国コロラド州のように，高品質な各種測地データが利用可能な場合，本研究の手法を適用することにより，日本においても約 2cm の精度でジオイドを決定できることが期待される．

参考文献

Ågren. J. (2004): Regional geoid determination methods for the era of satellite gravimetry – numerical investigations using synthetic earth gravity models, Doctoral Dissertation (PhD thesis) in Geodesy Report No 1062, Royal Institute of Technology, Stockholm.

Flury, J. and Rummel, R. (2009): On the geoid-quasigeoid separation in mountain areas, J. Geod., 83, 829-847.

Heck, B. (2003): On Helmert’s methods of condensation, J. Geod., 77, 155-170.

Heiskanen, W.H. and Moritz, H. (1967): Physical Geodesy, W.H. Freeman and Co., San Francisco.

Helmert, F.R. (1884): Die mathematischen und physicalishen Theorien der höheren Geodäsie, vol. 2. B.G. Teubner, Leipzig (reprinted in 1962 by Minerva GMBH, Frankfurt/Main).

Huang, J. and Véronneau, M. (2013): Canadian gravimetric geoid model 2010, J. Geod., 87, 771-790.

Jarvis, A., Reuter, H.I., Nelson, A., Guevara, E. (2008): Hole-filled SRTM for the globe : version 4 : data grid. Web publication/site, CGIAR Consortium for Spatial Information, Retrieved from http://srtm.csi.cgiar.org/, (Accessed 11 March 2022).

Laske, G., Masters, G., Ma, Z. and Pasyanos, M. (2013): Update on CRUST1.0 - A 1-degree Global Model of Earth's Crust, Geophys. Res. Abstracts, 15, Abstract EGU2013-2658.

Matsuo, K. and Kuroishi, Y. (2020): Refinement of a gravimetric geoid model for Japan using GOCE and an updated regional gravity field model, Earth Planets Space, 72, 33.

Moritz, H. (2000): Geodetic reference system 1980, J. Geod., 74, 128-133.

Pail, R., Fecher, T., Barnes, D., Factor, J.F., Holmes, S.A., Gruber, T. and Zingerle, P. (2018): Short note: the experimental geopotential model XGM2016, J. Geod, 92, 443.

Stokes, G.G. (1849): On the variation of gravity at the surface of the Earth, Trans. Cambridge Philos. Soc., VIIII, 672-695.

Vaníček, P. and Martinec, Z. (1994): The Stokes-Helmert scheme for the evaluation of a precise geoid, Manuscripta Geodaetica, 19, 119-128.

van Westrum, D., Ahlgren, K., Hir,t C. and Guillaume, S. (2021): A Geoid Slope Validation Survey (2017) in the Rugged Terrain of Colorado, USA. J. Geod., 95, 9.