

VLBI-GPS コロケーション測量について VLBI-GPS Co-location Survey

測地部 三浦優司・栗原 忍

Geodetic Department Yuji MIURA and Shinobu KURIHARA

測地観測センター 吉田賢司・川元智司

Geodetic Observation Center Kenji YOSHIDA and Satoshi KAWAMOTO

企画部 小谷京湖

Planning Department Kyoko KOTANI

要 旨

国際地球基準座標系 ITRF (International Terrestrial Reference Frame) は、複数の宇宙測地技術 (VLBI・GPS・SLR・DORIS) に基づいて構築されている。ITRF は、各宇宙測地技術の長所を生かした形で構築されており、例えば、地球のスケールでは VLBI の成果を、地球の重心位置決定には SLR の成果を主に採用している。コロケーション測量で直接計測した宇宙測地技術間の相対位置関係は、各技術で構築された測地網を結びつけることに利用され、複数の宇宙測地技術によるデータを統合解析する ITRF にとって、重要なデータとなっている。

国土地理院は、つくば・新十津川・父島・始良の国内4カ所において、VLBI局とIGS(International GNSS Service:国際GNSS事業)点であるGPS軌道追跡局(電子基準点)を併設しており、VLBI-GPSコロケーション測量をこれまでに実施してきた(石原ほか, 1999; Matsuzaka et al., 2002; Matsuzaka et al., 2004)。本稿では、2007年から2008年にかけて実施したつくば、始良でのVLBI-GPSコロケーション測量の算出手法をまとめ、結果を報告する。

1. 国際地球基準座標系 ITRF とコロケーション

ITRF は、国際地球回転・基準系事業 IERS (International Earth Rotation and Reference Systems Service) において、ITRF92, 93, 94, 96, 97, 2000, 2005 の7回の統合解析結果が公表されている。日本では、平成14年4月から世界測地系(測地成果2000)に移行し、基準点の経緯度は、ITRF94に準拠することとなった(国土地理院, 2003)。日本の地理学的経緯度に関する測地成果が、ITRFに準拠している現在、国際機関である IERS に協力し、ITRF の高精度化に貢献することが大切である。このことは、将来、我が国のより高精度な測地基準系構築につながるという意義がある。

ITRF は、以下の4つの宇宙測地技術の観測値を利用して、構築されている。

- VLBI Very Long Baseline Interferometry
- GPS Global Positioning System

- SLR Satellite Laser Ranging
- DORIS Doppler Orbitography and Radio Positioning Integrated by Satellite

VLBI, GPS といったそれぞれの観測網で算出した結果には、技術の違いに伴うわずかな系統的な差が存在している。ITRF は、各技術で得られた結果を統合して構築されるが、観測精度の向上に伴い、この系統差を無視できなくなってきたり、2000年頃から各技術間の関係をより高精度に把握する必要性が言及されている(Long and Bosworth, 2000)。

世界中のいくつかの観測サイトでは、同じ敷地の中に VLBI, GPS, SLR, DORIS の宇宙測地観測施設が併設されている。そのような場合、距離観測と角観測を基本とした地上測量を用いて、異なる測地技術の観測局を直接観測し、より正確な相対位置関係(相対ベクトル)を取得することができる。このことをコロケーションという(写真-1)。コロケーションは、局所的な結びつきという意味で、ローカルタイとも呼ばれている。各観測局で取得したコロケーションの情報は、IERS に集められ、ITRF を構築する際、各宇宙測地技術間を結合する情報として活用される。国土地理院からは、つくば局の VLBI-GPS ローカルタイを IERS に2回提出している。

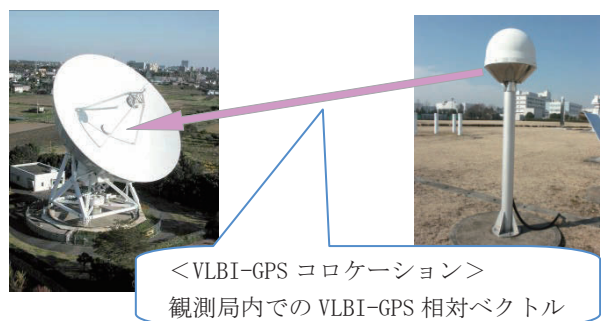


写真-1 左: VLBI 観測局 右: GPS 軌道追跡局 (TSKB)
(つくば: 国土地理院敷地内)

2. 国土地理院のコロケーションサイト

国土地理院では、VLBI 観測局と IGS 点である GPS 軌道追跡局(電子基準点)を、つくば・新十津川・

父島・始良の4カ所に併設しており、上記の4カ所では、VLBIとGPSの局所的な位置関係（ローカルタイ）を把握することができる。2007年から2008年にかけて実施したつくば局と始良局でのVLBI-GPSコロケーション測量では、距離観測と角観測を基本とした地上測量からVLBI-GPS相対ベクトルを算出している。

2. 1 つくば局

2001年にVLBI-GPSコロケーション測量を実施し、IGS点であるGPS軌道追跡局（名称：TSKB）とつくばVLBIアンテナ間のローカルタイを算出した。求めた結果はIERSに提出し、ITRF2005では、つくばでのVLBI-GPSローカルタイデータを取り入れて構築されている。

IERSでは、ローカルタイの繰り返し観測を推奨している（Altamimi, 2003）。つくばでは、2007年から2008年にかけて2度目のVLBI-GPSコロケーション測量を実施し、2009年2月に算出した結果をIERSに提出した。現在、計算が進められているITRF2008では、今回の計算結果を取り入れて構築される予定である。

2. 2 始良局

始良では、2001年に試験観測を実施し、VLBIアンテナ中心位置の算出を行った。しかし、当時、始良の電子基準点がIGS点として登録されていなかったことから、GPS側の取り付け観測は行われなかった。

2008年に実施したVLBI-GPSコロケーション測量では、始良の電子基準点がIGSに登録されたことから、VLBIだけでなくIGS点との取り付け観測も行っている。2009年に計算作業を実施し、始良におけるVLBI-GPSローカルタイをはじめて算出した。

3. 観測手法

3. 1 コロケーション用ピラー

国土地理院のコロケーションサイト（つくば、始良、父島、新十津川）では、コロケーション観測のためのピラーを、VLBIアンテナを囲むように設置している（写真-2）。ピラーには、トータルステーション、GPSアンテナ等の測量機器を据え付けることができる。



写真-2 コロケーション用ピラー

3. 2 VLBI アンテナ中心位置の測定

VLBIは、準星（クエーサー）と呼ばれる地球から遠く離れた星の電波を、地球上の2点以上の位置で受信し、基線を測定する。VLBIアンテナは、全天上の準星を観測するため、水平駆動軸（Azimuth軸；以下、「AZ軸」という。）と、仰角駆動軸（Elevation軸；以下、「EL軸」という。）のまわりを回転する。VLBIで求められる位置は、AZ軸とEL軸の交点になり、国土地理院の測地VLBI用アンテナは、この位置が1点で交わるように精密に設計されている（写真-3）。

アンテナ中心であるAZ軸とEL軸の交点は、駆動モーターや導波管の内部にあり、直接視準できない。そのため、アンテナ中心位置を間接的な方法で求める。

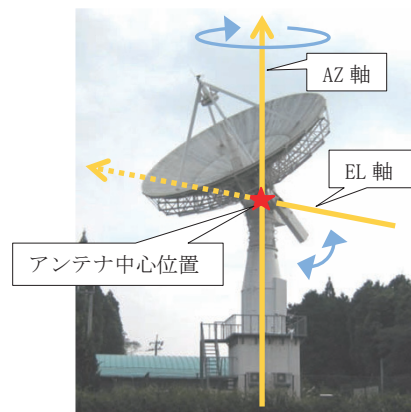


写真-3 始良 VLBI 観測局のアンテナ中心位置

アンテナ中心位置を求めるために、キャッツアイと呼ばれる入射角が 110° まで計測できる特殊なミラーを使用する。キャッツアイをVLBIアンテナ駆動部に取り付け、アンテナを様々な方向に動かし、キャッツアイ位置を計測する（写真-4、写真-5）。キャッツアイは、AZ軸とEL軸の交点（アンテナ不動点）を中心として回るため、得られたキャッツアイ観測値をプロットすると、図-1のような仮想球面を作ることができる。仮想球面の中心を、VLBIアンテナ中心として、キャッツアイ観測値から最小二乗法を用いて推定する。

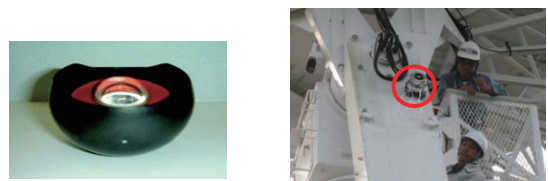


写真-4 キャッツアイ（左）

駆動部に取り付けられたキャッツアイ（右）



写真-5 キャッツアイ位置計測のイメージ図

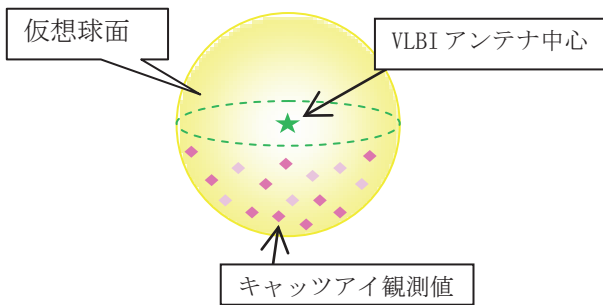


図-1 キャッツアイとVLBIアンテナ中心の関係

3. 3 GPS アンテナ中心位置の測定

GPS の座標値とは、GPS アンテナ底面における中心位置を指す。GPS は、上空にある複数の GPS 衛星の電波を受信して、地球上の位置を測定する。受信アンテナは、衛星電波方向に依存する電気的な位相特性を持っている。通常の GPS 解析では、この位相特性を加味し、アンテナ底面における中心位置を求める(図-2)。

VLBI-GPS コロケーション測量では、GPS アンテナ底面における中心位置を直接測定する。しかし、IGS 点である GPS 軌道追跡局(電子基準点)は、通常レドームで覆われており、GPS アンテナ底面を直接確認することができない。そこで、一時的にレドームを外して観測を実施した。

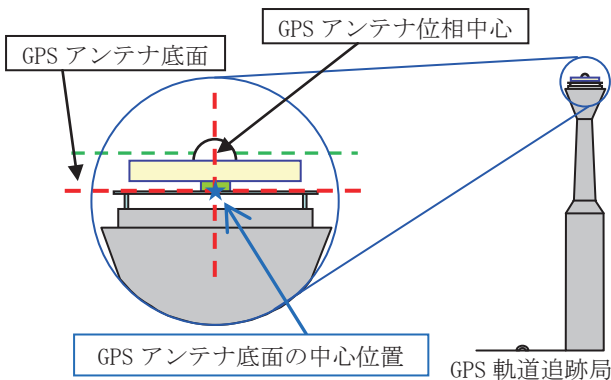


図-2 GPSアンテナ底面の中心位置(始良)

GPS アンテナ底面の中心位置は、トータルステーションを用いた角観測・距離観測と水準儀を用いた比高観測から取得している。

3. 3. 1 水平観測(水平角観測)

GPS アンテナ下部の両端を計測する(図-3)。両端の計測値を平均し、GPS アンテナ中心の水平角を算出する。

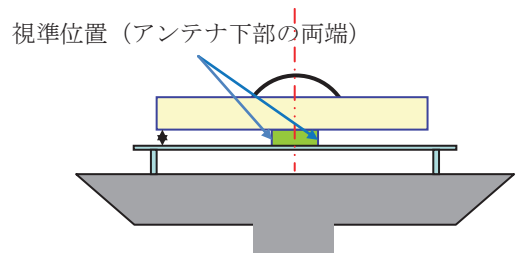


図-3 水平角観測での視準位置(つくば)

3. 3. 2 水平観測(距離・鉛直角観測)

GPS アンテナ底面にある架台に測量用反射シールを貼り付け、付近のコロケーション用ピラーから鉛直角と斜距離を測定する(図-4)。測定した鉛直角と斜距離の値から、測量用反射シールまでの水平距離を計算する。そこに、架台の設計図上の半径を加えることで、GPS アンテナ中心までの水平距離になる。

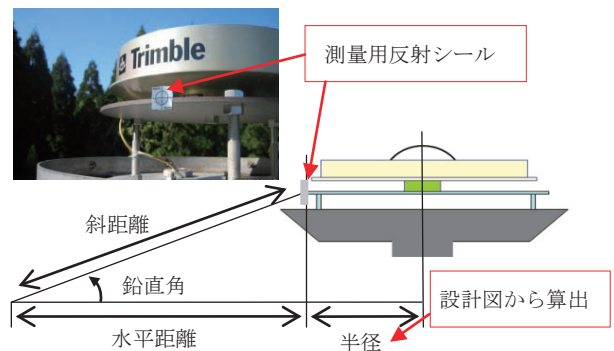


図-4 GPSアンテナ中心までの距離算出概念図(始良)

3. 3. 3 比高観測

GPS アンテナ底面高の算出では、国土地理院で試験的に実施しているGPSを用いた渡海水準測量のアンテナ高測定手法を用いた(図-5)。この手法では、水準儀N3のマイクロメータを利用して、GPSアンテナ底面までの高さを計測する。

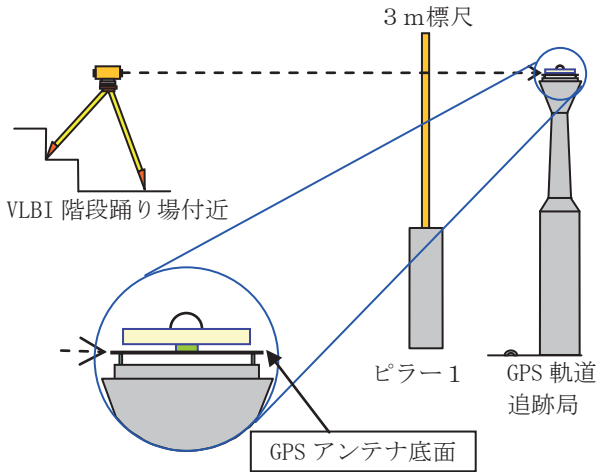


図-5 GPS アンテナ底面高の測定 (始良)

3. 4 その他に実施する観測

3. 4. 1 ピラー水平位置決定作業

トータルステーションを用いて水平角観測・鉛直角観測・距離観測を行い、VLBI 座標値、GPS 座標値算出の起点となるコロケーション用ピラー、VLBI 観測点等の水平位置 (XY 座標) を求める (図-6)。

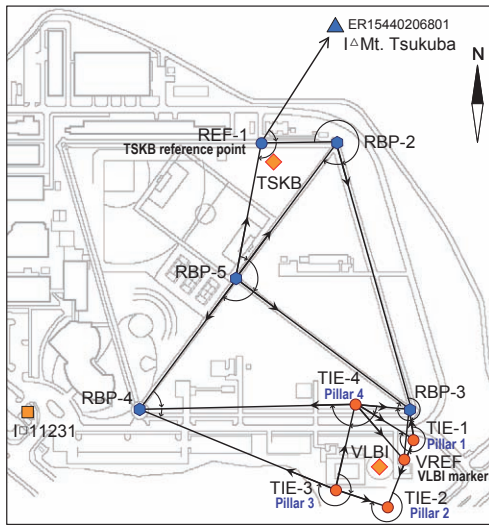


図-6 水平角・距離観測図 (つくば)

3. 4. 2 ピラー比高決定作業

水準測量を行い、VLBI 座標値、GPS 座標値算出の起点となるコロケーション用ピラー、VLBI 観測点等の高さを決める。

3. 4. 3 方位角観測作業

コロケーションサイトから離れた場所に方位標を設定し、GPS 測量及び水平角を観測し、方位角を算出する。

3. 4. 4 鉛直線偏差観測作業

局所的な重力方向と楕円体法線との差である鉛直線偏差を算出するため、コロケーションサイト内で水準測量及び GPS 測量を実施する。

4. 計算手順

VLBI-GPS コロケーション測量では、VLBI アンテナ中心と GPS アンテナ中心間の地球重心系で表された相対ベクトルを求める。計算は、以下の順で実施する。

- 1) 局所座標系の設定
- 2) 概算座標値の算出
- 3) XY・H 網平均計算
- 4) VLBI アンテナ中心位置の計算
- 5) 局所座標系を真北方向へ回転
- 6) 鉛直線偏差の補正
- 7) 地球重心系への回転

4. 1 局所座標系の設定

VLBI-GPS ローカルタイを計算するにあたって、コロケーションサイトに任意の局所座標系を設定する。座標原点は、座標系回転に伴う誤差を少なくするため、VLBI アンテナと GPS 軌道追跡局の中間付近が望ましい。

4. 1. 1 つくば局

観測網の中にある菱形基線端点 5 (RBP-5) を座標原点に設定し、TSKB 参照点 (REF-1) 方向を X 軸、鉛直線方向を H 軸に設定した (図-7)。

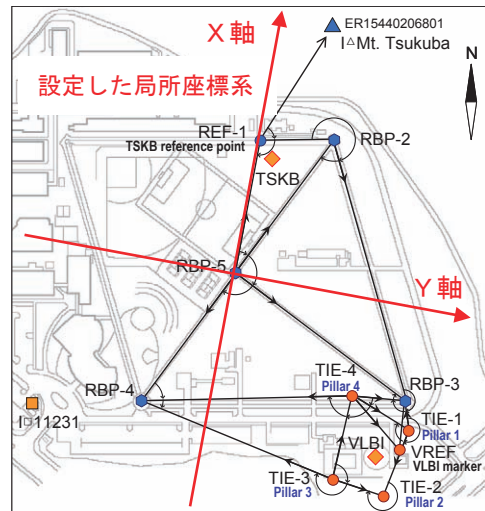


図-7 設定した局所座標系 (つくば)

4. 1. 2 始良局

ピラー 2 を座標原点に設定し、ピラー 1 からピラー 2 方向を Y 軸、鉛直線方向を H 軸に設定した (図-8)。



図-8 設定した局所座標系 (始良)

4. 2 概算座標値の算出

計測した値を使って、局所座標系での概算座標値を算出する。表-1、表-2は、概算座標値を算出した点のリストである。VLBI アンテナを様々な方角に向けた時のキャッツアイ位置データを取得しているため、キャッツアイ観測点は、つくばでは36点、始良では30点ある。

表-1 概算座標値算出リスト (つくば)

GPS軌道追跡局(TSKB)	1点
TSKB参照点	1点
菱形基線端点	4点
コロケーション用ピラー	4点
VLBI観測点	1点
キャッツアイ観測点	36点

表-2 概算座標値算出リスト (始良)

GPS軌道追跡局(970837)	1点
コロケーション用ピラー	4点
水準点	1点
VLBI観測点	1点
キャッツアイ観測点	30点

(x, y, h) で表される局所座標系での概算座標値算出において、水平方向は、距離と水平角の値をもとに算出し、高さ方向は水準測量の値をもとに算出する。ただし、キャッツアイ観測点は、アンテナ駆動部に取り付けてあるため、水準測量を行うことができない。そのため、高さの概算座標値は、距離、鉛直角の値から算出している。

4. 3 XY・H 網平均計算

算出した概算座標値を用いて、網平均計算を行い、

コロケーション用ピラー、GPS 軌道追跡局、VLBI 観測点、キャッツアイ観測点等の座標値を算出する。網平均計算は、水平 (XY) 方向と高低 (H) 方向に分けて行う。水平 (XY) 網平均計算は、座標原点 (つくば: 菱形基線端点5 (RBP-5), 始良: ピラー-2) を1点固定した。高低 (H) 網平均計算は、水準測量を実施した点 (ピラー, GPS 軌道追跡局, 水準点, VLBI 金属標 等) を固定して、キャッツアイ観測点の高さを計算した。

網平均計算ソフトには、国土地理院で作成した xyhnet_GRS80.exe を使用している。つくばの計算では ver1.3 を、始良の計算では ver2.0 を使用した。ver2.0 では、VLBI-GPS コロケーション計算用に以下の改良を行っている (吉田, 2009)。

- 1) 最大入力点数を増加 (H 網平均)
- 2) 入出力ファイルの有効桁表示を増加 (XY・H 網平均)
- 3) 分散共分散の出力を追加 (XY 網平均)

4. 4 VLBI アンテナ中心位置の計算

網平均計算したキャッツアイの座標値をもとに、VLBI アンテナ中心位置を計算する。3. 2で説明したように、キャッツアイの座標値が仮想球面上にあると仮定し、VLBI アンテナ中心位置を最小二乗推定する (図-9)。ここでは、推定の結果について記載し、推定方法の詳細は、付録を参照されたい。各局の結果を、以下に記載する。

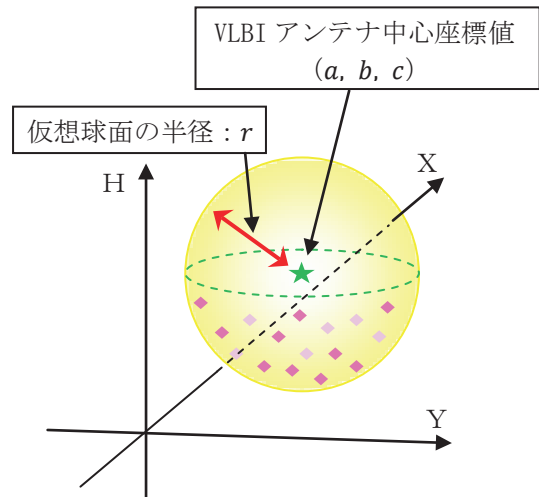


図-9 VLBI アンテナ中心と仮想球面

4. 4. 1 つくば局

キャッツアイ観測点36点のうち、2点は球面からのずれ量が大きかった (球面よりも4.5mm以上離れている) ため、その2点を外し、再度 VLBI アンテナ中心位置を算出した (図-10)。

・ VLBI アンテナ中心 (a, b, c) と仮想球面の半径 r

$$(a, b, c) = (-142.6927\text{m}, 171.1099\text{m}, 18.9002\text{m})$$

$$r = 5.8729\text{m}$$

・ 標準偏差

$$(\sigma_a, \sigma_b, \sigma_c) = (0.4\text{mm}, 0.4\text{mm}, 0.6\text{mm})$$

$$\sigma_r = 0.3\text{mm}$$

$$(a, b, c) = (-25.2657\text{m}, -14.4000\text{m}, 10.4357\text{m})$$

$$r = 1.3636\text{m}$$

・ 標準偏差

$$(\sigma_a, \sigma_b, \sigma_c) = (0.5\text{mm}, 0.7\text{mm}, 2.3\text{mm})$$

$$\sigma_r = 0.6\text{mm}$$

キャッツアイ点
の球面からのずれ

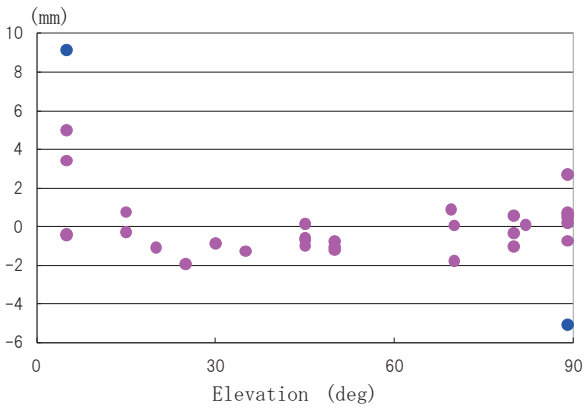
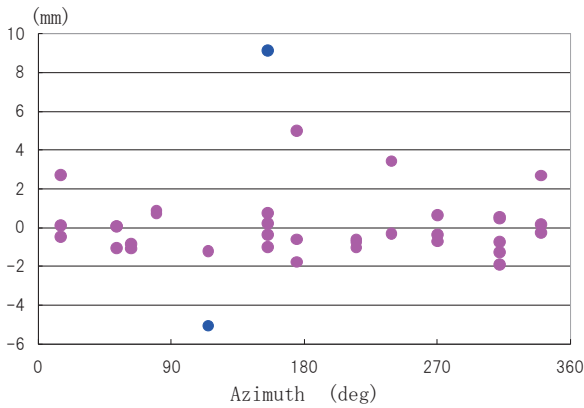
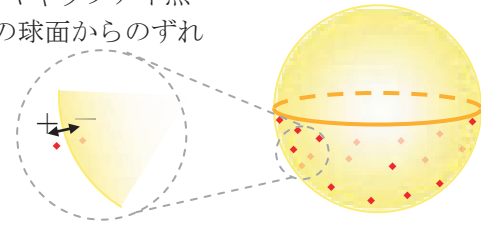


図-10 仮想球面からのずれ (つくば)

上 : 水平方向 (アジマス方向)

下 : 仰角方向 (エレベーション方向)

青丸 : 計算から除外した点

4. 4. 2 始良局

観測を行った 30 点全てのキャッツアイ観測点を使用して、VLBI アンテナ中心位置を算出した。

・ VLBI アンテナ中心 (a, b, c) と仮想球面の半径 r

4. 5 座標変換

これまでの計算で、任意に設定した局所座標系での VLBI アンテナ中心座標と GPS アンテナ中心座標を算出した。次に、局所座標系での座標値 (x, y, h) を地球重心座標系での座標値 (x, y, z) に変換する。座標変換は、1) 局所座標系を真北方向に回転、2) 鉛直線偏差の補正、3) 地球重心系への回転の計 3 種類の処理を行う。

4. 5. 1 GPS 基線解析

座標変換の前に GPS 基線解析を行う。基線解析ソフトには、GAMIT を用いた。目的は、以下の 2 点である。

1) GPS 観測を行った点の座標値を求め、方位角を算出する。

2) 楕円体高を求め、ジオイド高算出に利用する。

解析に使用した固定点は、GPS 軌道追跡局 1 点 (つくば: TSKB, 始良: 970837 始良) としている。また、GAMIT で出力される座標値は、地球重心系をもとにした XYZ 座標のため、trns2000 (飛田, 2002) を用いて BLH 座標に変換した。

4. 5. 2 真北方向への回転

任意に設定した局所座標系を真北方向に回転する。ここでは、始良局での計算を例に説明する。図-11 は、X 軸から真北方向への回転角 θ の算出図になる。まず、ピラー 2 と県民の森の座標値から、方位角 α を求める。ピラー 2 と県民の森の座標値は、GAMIT による GPS 基線解析を行った結果、表-3 のようになった。2 点間の方位角を算出するプログラム (BL2S α _Pro ver2.0.0) に表-3 の値を代入して計算を行うと、方位角 α の値が求まる。また、ピラー 2 での県民の森と X 軸間の角度 T は、水平角観測結果から算出できる。上記のことから、 θ は、以下のようになった。

$$\angle\theta = 360^\circ - (\angle\alpha + \angle T) = 6^\circ 39' 58.30''$$

算出した θ を用いて各座標値を真北方向に回転させる。H 軸を中心に回転させるため、変換に用いる回転行列は以下のようになる。

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

つくば局も同様の方法を用いて、真北方向に回転している。

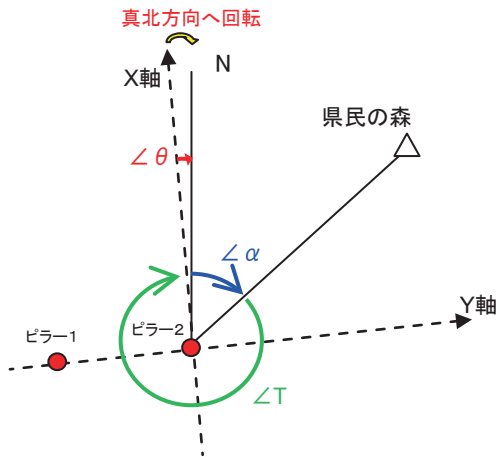


図-11 真北方向への回転角 (∠θ) の算出図 (始良)

表-3 GPS 基線解析結果 (ピラー2, 県民の森)

点名	緯度	経度	楕円体高[m]
ピラー2	31° 49′ 26.5219″	130° 35′ 59.9483″	311.97370
県民の森	31° 50′ 33.3068″	130° 37′ 26.6447″	484.49842

4. 5. 3 鉛直線偏差の補正

局所座標系の鉛直軸であるH軸を、準拠楕円体の法線方向に回転する。今回行った鉛直角観測や水準測量は、重力方向、すなわち、ジオイド面の法線方向をH軸として観測している。そのため、ジオイド面法線方向と準拠楕円体法線方向の角度差である鉛直線偏差を算出し、座標系を補正する (図-12)。

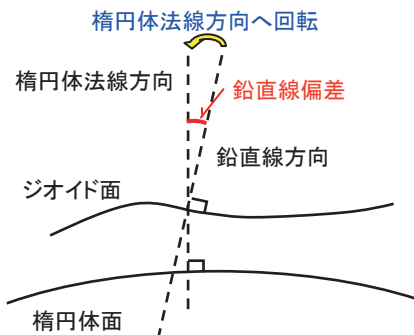


図-12 鉛直線偏差補正の概念図 (2次元)

※実際には3次元で補正する。

以下の3通りのいずれかの方法を用いて、鉛直線偏差を算出する。

- 1) GPS 測量と水準測量の結果を用いて、ジオイド高を算出し、鉛直線偏差を推定する方法
- 2) ジオイドモデルを使用して、鉛直線偏差を推定する方法
- 3) 天文測量の結果を用いて、鉛直線偏差を推定する方法

今回計算を行ったつくばでは1)を、始良では2)を、2001年に実施したつくばでは3)の方法を用いて鉛直線偏差の推定を行っている。

ジオイド高から鉛直線偏差を算出する場合、以下の2式を使用する。

- 1) 鉛直線偏差の算出

$$\varepsilon = \tan^{-1} \left(\frac{\Delta H g}{\Delta S} \right)$$

ε : 鉛直線偏差 Hg : ジオイド比高

ΔS : 基線長

- 2) 鉛直線偏差の方向成分の算出

$$\varepsilon = \xi \cos\alpha + \eta \sin\alpha$$

α : 方位角

ξ : 鉛直線偏差の南北成分 ($\xi > 0$: 北向き)

η : 鉛直線偏差の東西成分 ($\eta > 0$: 東向き)

3次元の傾きを求めるため、3点分のジオイド高、各点間の基線長、方位角が分かれば、鉛直線偏差成分 (ξ, η) を求めることができる。

鉛直線偏差を補正する回転行列は、以下のように表現される。

$$R(\xi) = \begin{bmatrix} \cos\xi & 0 & \sin\xi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\xi & 0 & \cos\xi \end{bmatrix} \quad (\text{南北方向})$$

$$R(\eta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\eta & \sin\eta \\ 0 & -\sin\eta & \cos\eta \end{bmatrix} \quad (\text{東西方向})$$

鉛直線偏差を補正した局所座標系 (n, e, u) とすると、以下の関係式になる¹。

¹ ξ, η は微小であるため、 $R(\xi) \cdot R(\eta)$ の掛け合わせでも構わない。

$$\begin{bmatrix} n \\ e \\ u \end{bmatrix} = R(\eta) \cdot R(\xi) \begin{bmatrix} x \\ y \\ h \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\eta & \sin\eta \\ 0 & -\sin\eta & \cos\eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\xi & 0 & \sin\xi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\xi & 0 & \cos\xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ h \end{bmatrix}$$

4. 5. 4 地球重心系への回転

これまでの計算で、局所座標系を真北方向へ回転し、鉛直線偏差の補正を行った。ここでは、鉛直線偏差補正後の局所座標系を地球重心系へ変換する。

図-13 は、補正した局所座標系 (n, e, u) (n : 南北成分, e : 東西成分, u : 楕円体法線成分) と地球重心座標系 (X, Y, Z) の関係を表している。局所座標系の原点 O' における緯度を φ, 経度を λ とし、以下の関係式を用いて、地球重心系での相対ベクトルに変換する。

$$\begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\phi \cdot \cos\lambda & -\sin\lambda & \cos\phi \cdot \cos\lambda \\ -\sin\phi \cdot \sin\lambda & \cos\lambda & \cos\phi \cdot \sin\lambda \\ \cos\phi & 0 & \sin\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n \\ e \\ u \end{bmatrix}$$

・ (ΔX, ΔY, ΔZ) :

原点 O' からの地球重心方向の変化量

・ (n, e, u) : 局所座標系での座標値

・ φ : 原点 O' の緯度 ・ λ : 原点 O' の経度

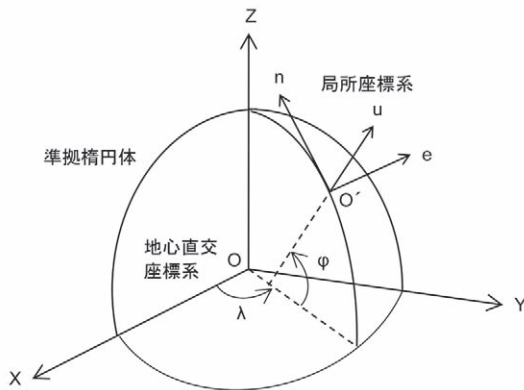


図-13 局所座標系と地球重心座標系の関係

5. VLBI-GPS コロケーション算出結果

5. 1 つくば局

5. 1. 1 算出結果

2007年から2008年に実施したVLBI-GPSコロケーション測量での、GPSアンテナ底面の中心(TSKB)とVLBIアンテナ中心(つくば)のローカルタイの算出結果は、

・ VLBI-GPS 間の相対ベクトル (地球重心系)

$$\begin{aligned} (\Delta X, \Delta Y, \Delta Z) \\ = (-209.5487\text{m}, 29.7242\text{m}, -216.8833\text{m}) \end{aligned}$$

・ VLBI-GPS 間の相対ベクトルの標準偏差

$$(\sigma_{\Delta x}, \sigma_{\Delta y}, \sigma_{\Delta z}) = (0.9\text{mm}, 0.9\text{mm}, 1.1\text{mm})$$

となった。

5. 1. 2 前回値との比較

前回値との比較結果を表-4に示す。2001年に実施したGPSアンテナ底面の中心(TSKB)とVLBIアンテナ中心(つくば)のローカルタイは、以下の通り(Matsuzaka et al., 2004)。

$$\begin{aligned} (\Delta X, \Delta Y, \Delta Z) \\ = (-209.5453\text{m}, 29.7219\text{m}, -216.8837\text{m}) \end{aligned}$$

今回算出したコロケーション結果と2001年に実施したローカルタイの差は、

$$(D_{\Delta X}, D_{\Delta Y}, D_{\Delta Z}) = (-3.4\text{mm}, 2.3\text{mm}, 0.4\text{mm})$$

となった。また、基線長では2.2mmの違いがあった。前回値とサブミリメートル以内に値が一致しない原因としては、7. で記載する鉛直線偏差算出の不確かさといった要因等が考えられる。

表-4 VLBI-GPS ローカルタイの前回値との比較 (つくば)

年	ΔX[m]	ΔY[m]	ΔZ[m]	基線長[m]
2001年	-209.5453	29.7219	-216.8837	303.0366
2008年	-209.5487	29.7242	-216.8833	303.0388
2008年 - 2001年	-0.0034	0.0023	0.0004	0.0022

5. 2 始良局

5. 2. 1 算出結果

2008年に実施したVLBI-GPSコロケーション測量での、GPSアンテナ底面の中心(970837 始良)とVLBIアンテナ中心(始良)のローカルタイの算出結果は、

・ VLBI-GPS 間の相対ベクトル (地球重心系)

$$\begin{aligned} (\Delta X, \Delta Y, \Delta Z) \\ = (-34.0321\text{m}, 0.1677\text{m}, -21.2169\text{m}) \end{aligned}$$

・ VLBI-GPS 間の相対ベクトルの標準偏差

$$(\sigma_{\Delta x}, \sigma_{\Delta y}, \sigma_{\Delta z}) = (2.3\text{mm}, 1.1\text{mm}, 2.3\text{mm})$$

となった。

5. 2. 2 前回値との比較

今回、始良局の VLBI-GPS ローカルタイを初めて算出したため、前回値と比較できない。しかし、2001年に実施した試験観測では、局所座標系での VLBI アンテナ中心位置を算出している。そこで、VLBI アンテナ中心位置の前回値との比較を試みた。

2001年に設定した局所座標系では、ピラー3を座標原点に設定し、ピラー3からピラー1方向をX軸、鉛直線方向をH軸に設定している(図-14)。2001年に算出した VLBI アンテナ中心位置は、この局所座標系において

$$(X, Y, H) = (41.1339\text{m}, 6.5431\text{m}, 9.0602\text{m})$$

であった (Matsuzaka et al., 2002)。



図-14 設定した局所座標系 (始良)

今回計算を行った局所座標系は、2001年に計算を行った局所座標系とは異なるため、座標変換を行って、値を比較する。図-15は、概念図である。今回計算を行った局所座標系を平行・回転移動することで、2001年に計算を行った局所座標系の数値に変換した。今回の算出結果と2001年算出結果との変化量は、X軸方向+0.9mm、Y軸方向+7.0mm、H軸方向+3.4mmとなり、Y軸方向に標準偏差を大きく超える有意な違いが見られた(表-5)。

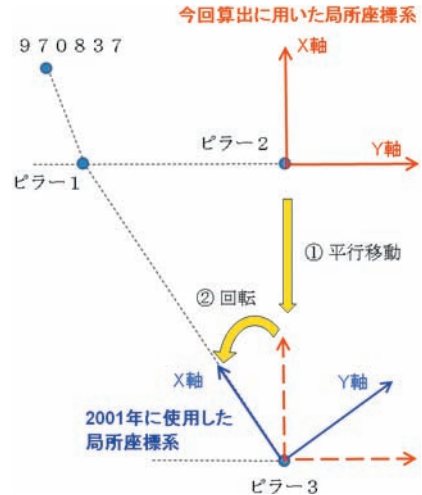


図-15 座標変換の概念図(今回算出に用いた局所座標系を2001年の局所座標系に変換する)

表-5 今回の計算結果と2001年計算結果の比較 (VLBI アンテナ中心位置: 始良) ※「2001年に使用した局所座標系」で比較

	X [m]	Y [m]	H [m]
今回の計算結果を座標変換	41.1348	6.5501	9.0636
2001年計算結果	41.1339	6.5431	9.0602
差(今回-2001年)	0.0009	0.0070	0.0034

原因を調査したところ、ピラー1(写真-6)の位置が前回から動いていることが分かった。2001年局所座標系では、X軸の基準としてピラー1が選択されている。ピラー1が動いていると座標軸も動いていることになり、VLBI アンテナ中心位置の前回値との比較にならない。



写真-6 コロケーション用ピラー1 (始良) 矢印の向きは、法面方向になる

ピラー1の位置が前回から動いている根拠としては、以下の2つがある。

- 1) 2001年から2008年の間に、ピラー1とピラー

2間の基線長が、1 cm 程度伸びていること。

- 2) ピラー3で実施した角観測データから、測量用反射シール（電子基準点貼り付け）とピラー1間の水平角を前回と比較したところ、水平角の大きさに違いが見られた。この水平角の違いは、ピラー1が法面方向に1 cm ほど動いているとすると説明がつくこと。

ピラー1の設置してある駐車場法面付近は、盛土のため、地盤が比較的弱いことが報告されている(栗原・町田, 2004)。GPS 軌道追跡局(970837 始良)は、ピラー1付近にあるため、調査を行ったが、2001年からの局所的な動きは見られなかった。これは、GPS 軌道追跡局を設置する際、10m以上の深さまで基礎のパイル打ちを行い、十分な地盤対策をとったためと考えられる。

今回計算に使用した局所座標系も、ピラー1をY軸の基準としているため、前回値との比較には使用できない。そのため、ピラー1を座標軸に使用しない別の座標系で比較を行った。新たに比較に用いた局所座標系では、ピラー3を座標原点に設定し、ピラー3からピラー2方向をX軸、鉛直線方向をH軸に設定した。表-6は、比較結果になる。比較した結果、今回の算出結果と2001年算出結果の変化量は、X軸方向+1.5mm、Y軸方向-1.5mm、H軸方向+3.4mmとなり、前回値とよく一致する結果となった。

表-6 今回の計算結果と2001年計算結果の比較
(VLBI アンテナ中心位置：始良)
※「比較に用いた局所座標系」で比較

	X [m]	Y [m]	H [m]
今回の計算結果を座標変換	39.2356	-13.9835	9.0636
2001年計算結果を座標変換	39.2341	-13.9820	9.0602
差(今回-2001年)	0.0015	-0.0015	0.0034

6. コロケーション結果の提出

コロケーション測量で得られた成果は、SINEX ファイル形式のテキストフォーマットにして、IERS へ提出する。提出する成果には、VLBI, GPS の座標値だけでなく、コロケーション測量に使用した周辺のピラー、金属標の座標値も含まれる。座標値のほか、標準偏差、分散共分散といった精度に関する情報も提出する。

2009年2月につくばのコロケーション解析結果を提出した。最新の国際地球基準座標系 ITRF2008では、今回計算作業を実施したつくばのコロケーション結果が反映される。2009年に計算作業を実施した始良のコロケーション結果についても、IERS への

提出を検討している。

7. 今後の課題

7.1 鉛直線偏差の正確な算出

始良局では、ジオイドモデルの数値を使用して鉛直線偏差の推定を行った(図-16)。ただ、ジオイドモデルを用いた補正方法は、観測局周辺の局所的なジオイドを再現していない可能性がある。2008年に実施した観測でも、局所的なジオイド高算出を考慮して、観測局内においてGPS測量と水準測量を実施している。しかし、実際にはGPS測量の高さ方向の誤差の影響が大きく、算出した値を採用することができなかった。表-7は、GPS測量による高さ方向の誤差を±2 cmとしたとき、VLBI中心の高さ方向の誤差を示している(始良局を想定)。この表から、100 mの基線長において、GPS測量による高さ方向の誤差の影響が、2.6mmほど効いてくることが分かる。実際、始良では、水準測量とGPS測量を実施した点の点間距離は、100m未満だった。したがって、鉛直線偏差算出のため実施する水準測量・GPS測量では、もっと長い基線長とする必要がある。2 km以上の点間距離で、水準測量とGPS測量を実施し、鉛直線偏差を推定すれば、始良局のVLBI中心の高さに与える誤差の影響を0.1mm以下に抑えられる(表-7)。

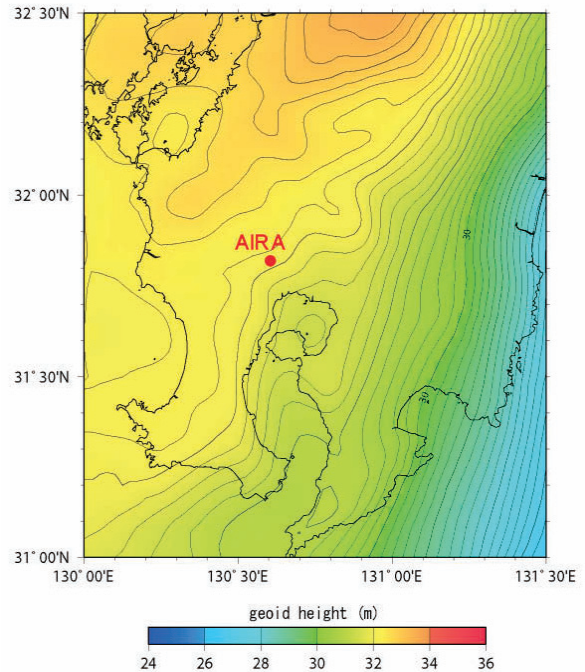


図-16 始良局周辺のジオイド高
(ジオイドモデル：日本のジオイド2000)

表一七 点間距離と VLBI 中心に与える誤差 (始良)
(GPS 測量による高さ方向の誤差: ± 2 cm と仮定)

点間距離 (GPS測量・水準測量)	VLBI中心の高さ方向に与える GPS測量誤差の影響 (始良局)
100m	2.6mm
300m	0.9mm
500m	0.5mm
1000m	0.3mm
2000m	0.1mm

つくばでの、GPS 測量と水準測量を実施した点の点間距離は、180~250m ほどになる。したがって、GPS 測量による高さ方向の誤差が、鉛直線偏差に効いている可能性がある。表一八は、つくばのコロケーション測量において、2001年に天文測量から算出した鉛直線偏差と2008年にGPS測量・水準測量の値から算出した鉛直線偏差の違いになる。この表を見ると、2001年と2008年で、鉛直線偏差の東西成分 η が、7" ほど違っていることが分かる。天文測量とGPS測量・水準測量という技術の違いによる系統差も考えられるが、GPS測量による高さ方向の誤差の影響が出ていることが考えられる。

表一八 推定した鉛直線偏差の値 (つくば)

$$\text{鉛直線偏差} : \varepsilon(\alpha) = \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha \quad \alpha = 137.3^\circ$$

年	ξ (南北成分)	η (東西成分)	ε	備考
2001年	-13.57"	4.72"	13.17"	天文測量から算出
2008年	-15.53"	11.72"	19.36"	水準測量及びGPS測量から算出
2008年 - 2001年	-1.96"	7.00"	6.19"	

7. 2 季節変化の把握

つくばでは、2001年と2007年~2008年に2度のVLBI-GPSコロケーション測量を行っている。時期は、2001年が2月、2007~2008年が12月から2月になり、どちらも冬季にあたる。つくばでは、地下水の汲み上げが原因で、高さ方向が季節変動していることが報告されている (Matsuzaka et al., 2004)。また、夏季と冬季では、水蒸気量に違いがあり、平均的な気象条件も異なっている。そのため、夏季のVLBI-GPSローカルタイデータも取得していく必要がある。

8. まとめ

VLBI-GPSコロケーション測量について、2007年から2008年にかけて実施したつくば、始良を例に、観測及び計算手法をまとめた。計算を行ったつくばと

始良のVLBI-GPSローカルタイは、標準偏差3mm以下の高精度な算出結果となった。

コロケーション測量では、IERSからサブミリメートルの精度で相対ベクトルを算出することが求められている。そのため、VLBI-GPSローカルタイをより高精度に算出し、定期的にVLBI-GPSコロケーション結果をIERSに提出していく必要がある。

現在、国土地理院の、つくば、始良、父島、新十津川の4カ所にあるVLBI局とGPS軌道追跡局では、IERSからITRF座標値が公開されている。したがって、上記4カ所のVLBI-GPSローカルタイデータがITRFに反映されると、各観測局周辺のVLBI網とGPS網のITRF座標値の整合性が良くなり、結果として日本周辺のITRF座標値の向上が見込まれる。日本周辺において、より高精度にITRFが構築されることは、将来、我が国の基準点体系の再構築にも生かされることとなる。基本測量に関する長期計画(平成21年6月1日)では、VLBI-GPSコロケーション測量を、つくばでは3年に1度、新十津川・父島・始良では、5年に1度の実施を目標としている。今後、検討課題を考慮しながら、VLBI-GPSコロケーション測量を定期的に実施していく予定である。

付録 VLBI アンテナ中心位置の算出

キャッツアイ観測値が仮想球面にあると仮定し、VLBI アンテナ中心位置を最小二乗推定した。推定方法については、数式が多いため、付録として別枠に整理した。

付録 1. 観測モデルの構築

最小二乗計算を行うにあたり、観測値を表現する観測モデルを作成する。キャッツアイの座標値は球面上にプロットされると仮定し、観測モデルに球面方程式を採用する。図-17 は、観測モデルの概念図になる。

$$f(a,b,c) = r = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (h-c)^2} \quad (1)$$

a, b, c : VLBI アンテナの中心座標
 r : 仮想球面の半径
 x, y, h : 球面上の座標値

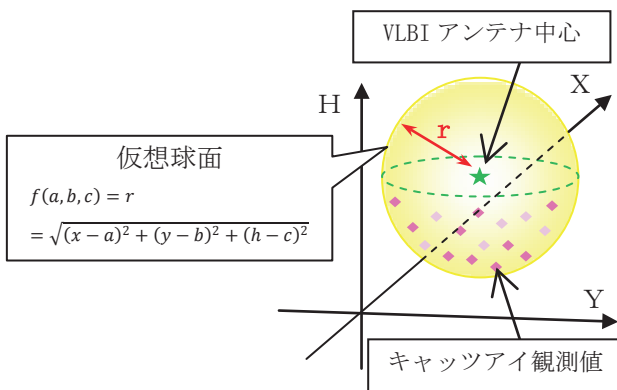


図-17 観測モデルの概念図

付録 2. テイラー展開を用いた観測方程式

最小二乗法は、線形式でないと適用できない。作成した観測モデルは、非線形であるため、テイラー展開を利用して、線形化する。

$f(x)$ を x_0 周辺でテイラー展開すると、(2) 式になるが、

$$f(x) = f(x_0) + \frac{1}{1!} \frac{\partial f(x_0)}{\partial x} (x - x_0) + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 f(x_0)}{\partial x^2} (x - x_0)^2 + \dots, \quad -\infty < x < \infty \quad (2)$$

補正量 $x - x_0$ が十分小さいとして一次の項までとると、(2) 式は、線形近似式 (3) になる。

$$f(x) \cong f(x_0) + \frac{\partial f(x_0)}{\partial x} (x - x_0) \quad (3)$$

$x = x_0 + \Delta x$ として、(3) 式を変形する。

$$f(x_0 + \Delta x) \cong f(x_0) + \frac{\partial f(x_0)}{\partial x} \Delta x \quad (4)$$

ここで、測定した観測量を L_b とし、観測に伴って生じた誤差を、残差 v とすると、(4) 式との間に下記の関係が成り立つ。

$$L_b + v = f(x_0 + \Delta x) \cong f(x_0) + \frac{\partial f(x_0)}{\partial x} \Delta x \quad (5)$$

L_b : 観測値 v : 残差
 $f(x_0)$: 概算値 $\frac{\partial f(x_0)}{\partial x} \Delta x$: 補正量

(5) 式を残差 v の方程式にする。

$$v = \frac{\partial f(x_0)}{\partial x} \Delta x - (L_b - f(x_0)) \quad (6)$$

$A = \frac{\partial f(x_0)}{\partial x}$ $L = L_b - f(x_0)$ $x = \Delta x$ とすると、(6) 式は、一般的な観測方程式の形

$$v = Ax - L \quad (7)$$

になる。

付録 3. 観測モデルの観測方程式への適用

行列 A は、 $A = \frac{\partial f(x_0)}{\partial x}$ であるため、観測モデル

(1) 式を各変数で偏微分する。

$$\frac{\partial f_i}{\partial a} = \frac{-(x_i - a)}{r_i}$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial b} = \frac{-(y_i - b)}{r_i}$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial c} = \frac{-(h_i - c)}{r_i}$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial r} = 1$$

$$r_i = \sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2 + (h_i - c)^2}$$

$$i = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

ここで、概算値(初期値)の VLBI 中心位置(a_0, b_0, c_0) と仮想球面半径を r_0 として (8) 式に代入する。

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_i}{\partial a} &= \frac{-(x_i - a_0)}{r_i} \\ \frac{\partial f_i}{\partial b} &= \frac{-(y_i - b_0)}{r_i} \\ \frac{\partial f_i}{\partial c} &= \frac{-(h_i - c_0)}{r_i} \\ \frac{\partial f_i}{\partial r} &= 1 \\ r_i &= \sqrt{(x_i - a_0)^2 + (y_i - b_0)^2 + (h_i - c_0)^2} \\ & \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)\end{aligned}$$

(9) 式から行列 A は、以下のようになる。

$$\begin{aligned}A &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial a} & \frac{\partial f_1}{\partial b} & \frac{\partial f_1}{\partial c} & 1 \\ \frac{\partial f_2}{\partial a} & \frac{\partial f_2}{\partial b} & \frac{\partial f_2}{\partial c} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial a} & \frac{\partial f_n}{\partial b} & \frac{\partial f_n}{\partial c} & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{-(x_1 - a_0)}{r_1} & \frac{-(y_1 - b_0)}{r_1} & \frac{-(h_1 - c_0)}{r_1} & 1 \\ \frac{-(x_2 - a_0)}{r_2} & \frac{-(y_2 - b_0)}{r_2} & \frac{-(h_2 - c_0)}{r_2} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{-(x_n - a_0)}{r_n} & \frac{-(y_n - b_0)}{r_n} & \frac{-(h_n - c_0)}{r_n} & 1 \end{bmatrix} \quad (10)\end{aligned}$$

したがって、観測方程式の一般式 (7) は、(10) 式より以下になる。

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} &= Ax - L \\ &= \begin{bmatrix} \frac{-(x_1 - a_0)}{r_1} & \frac{-(y_1 - b_0)}{r_1} & \frac{-(h_1 - c_0)}{r_1} & 1 \\ \frac{-(x_2 - a_0)}{r_2} & \frac{-(y_2 - b_0)}{r_2} & \frac{-(h_2 - c_0)}{r_2} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{-(x_n - a_0)}{r_n} & \frac{-(y_n - b_0)}{r_n} & \frac{-(h_n - c_0)}{r_n} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta a \\ \Delta b \\ \Delta c \\ \Delta r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_n \end{bmatrix} \quad (11)\end{aligned}$$

付録 4. 最小二乗解の算出

得られた観測方程式 (11) に最小二乗法を適用する。最小二乗法は、残差 v の二乗和を最小にするとき、未知量の最確値になるというものである。観測の重み行列を P とすると、下記の条件式が成り

$$\Phi = v^T P v \equiv \text{最小} \quad (12)$$

観測方程式の一般式 (7) を使用すると、(12) 式は以下のように展開される。

$$\begin{aligned}\Phi &= v^T P v = (Ax - L)^T P (Ax - L) \\ &= (x^T A^T - L^T) (PAx - PL) \\ &= x^T A^T PAx - x^T A^T PL - L^T PAx - L^T PL \quad (13)\end{aligned}$$

Φ が最小であるとき、傾き $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$ は 0 である。したがって、(13) 式より、

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = 2A^T PAx - 2A^T PL = 0 \quad (14)$$

$$A^T PAx = A^T PL \quad (15)$$

となる。

(15) 式は、最小二乗法正規方程式の一般形である。(15) 式を未知量 x の方程式に変形する。

$$x = (A^T PA)^{-1} A^T PL \quad (16)$$

したがって、(16) 式を使用すれば、求めたい未知量 x を求めることができる。

ここで、VLBI アンテナ中心を算出するための観測方程式 (11) を (16) 式に代入する。

$$\begin{aligned}x &= \begin{bmatrix} \Delta a \\ \Delta b \\ \Delta c \\ \Delta r \end{bmatrix} = (A^T PA)^{-1} A^T PL \\ A &= \begin{bmatrix} \frac{-(x_1 - a_0)}{r_1} & \frac{-(y_1 - b_0)}{r_1} & \frac{-(h_1 - c_0)}{r_1} & 1 \\ \frac{-(x_2 - a_0)}{r_2} & \frac{-(y_2 - b_0)}{r_2} & \frac{-(h_2 - c_0)}{r_2} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{-(x_n - a_0)}{r_n} & \frac{-(y_n - b_0)}{r_n} & \frac{-(h_n - c_0)}{r_n} & 1 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & p_n \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_n \end{bmatrix} \quad (17)$$

(17) 式を解くことで、VLBI 中心の概算座標値 (a_0, b_0, c_0) 、仮想球面の半径 r_0 に対する補正量 $(\Delta a, \Delta b, \Delta c, \Delta r)$ を得ることができる。

VLBI 中心の座標値 (a, b, c) 、仮想球面の半径 r は、以下になる。

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \\ c_0 \\ r_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta a \\ \Delta b \\ \Delta c \\ \Delta r \end{bmatrix} \quad (18)$$

付録 5. 重み行列 (P)

重み行列 P には、XY・H 網平均計算で出力されたキャッツアイ観測値の標準偏差を使用した。XY・H 網平均計算では、キャッツアイ観測値の標準偏差が、水平成分 (σ_{cx}, σ_{cy}) と高さ成分 (σ_{ch}) で出力される。

キャッツアイ観測値の分散 σ_c^2 を、標準偏差の水平成分と高さ成分の平方和と考えると、

$$\sigma_c^2 = \sigma_{cx}^2 + \sigma_{cy}^2 + \sigma_{ch}^2 \quad (19)$$

になる。

また、重みは、分散に逆比例することから、

$$p = \frac{k}{\sigma^2}$$

p : 重み
 k : 比例定数 σ^2 : 分散

の関係式が成り立つ (飯村ほか, 1998)。

(19) 式と (20) 式から、重み行列 P は以下になる。

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & p_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k}{\sigma_{c_1}^2} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{k}{\sigma_{c_n}^2} \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{c_i}^2 = \sigma_{cx_i}^2 + \sigma_{cy_i}^2 + \sigma_{cz_i}^2$$

$i = 1, 2, \dots, n$

$(n$: キャッツアイ観測値の個数) (21)

k は比例定数だが、便宜上、

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\sigma_{c_1}^2} + \frac{1}{\sigma_{c_2}^2} + \dots + \frac{1}{\sigma_{c_n}^2} \quad (22)$$

として、計算を実施している。

付録 6. 最適解の決定

(a) 概算値 (a_0, b_0, c_0, r_0)

(17) 式を使用して、補正量を求めるためには、概算値 (a_0, b_0, c_0, r_0) を代入する必要がある。今回の計算では、栗原 (2008) に記載された VLBI アンテナ中心推定方法を用いて、概算値を算出した。

(b) イタレーション (繰り返し計算)

概算値を (17) 式に代入し、1 回目の解 (a, b, c, r) を算出する。求めた解を、概算値として、(17) 式に代入して、再度計算を実施する。このような繰り返し計算のことをイタレーションという。繰り返し計算を行った結果、算出した解の収束が十分なもの (補正量 $(\Delta a, \Delta b, \Delta c, \Delta r)$ が十分小さいもの) を最終的な最適解として採用している。

付録 7. 解の精度 (分散共分散)

m 個の未知量を n 個の観測より求める場合、単位重みの分散 σ_0^2 は、以下の式で与えられる (σ_0 : 単位重みの標準偏差)。

$$\sigma_0^2 = \frac{v^T P v}{n-m} = \frac{\sum_{i=1}^n P_i v_i^2}{n-m}$$

P : 重み行列 v : 残差

$n - m$ は、自由度と呼ばれる。未知量の個数 m は、VLBI アンテナ中心の座標値と仮想球面の半径 (a, b, c, r) の総数 4 であり、 n はキャッツアイ観測値の個数、すなわち観測方程式数になる。

分散共分散行列 σ_x^2 は、単位重みの分散 σ_0^2 を使用して、以下の式で表わされる (σ_x : 標準偏差)。

$$\sigma_x^2 = \sigma_0^2 (A^T P A)^{-1}$$

A : (10) 式参照 P : 重み行列

参考文献

Altamimi, Z. (2003): ITRF and Co-location Sites, Proceedings of the IERS Workshop on site co-location, 8-15.
飯村友三郎, 中根勝見, 箱岩英一 (1998): 公共測量教程 TS・GPS による基準点測量, 東洋書店.

- 石原操, 根本恵造, 川原敏雄, 岩田昭雄, 芝公成, 高島和宏, 小林京子 (1999) : 国内 VLBI と GEONET の結合と観測結果の比較, 国土地理院時報, 92, 41-51.
- 国土地理院 (2003) : 国土地理院技術資料 B・5-No. 20 測地成果 2000 構築概要.
- 栗原忍 (2008) : VLBI アンテナのコロケーション測量計算について, 平成 20 年度高等測量研修課題研究報告書.
- 栗原忍, 町田守人 (2004) : 始良地方出張報告書.
- Long, J. and J. Bosworth (2000) : The Importance of Local Surveys for Tying Techniques Together, International VLBI Service for Geodesy and Astrometry 2000 General Meeting Proceedings, 113-117.
- Matsuzaka, S., Y. Masaki, H. Tsuji, K. Takashima, T. Tsutsumi, M. Ishimoto, M. Machida, K. Wada and S. Kurihara (2004) : VLBI-GPS Co-location Results in Japan, International VLBI Service for Geodesy and Astrometry 2004 General Meeting Proceedings, 138-142.
- Matsuzaka, S., Y. Hatanaka, K. Nemoto, Y. Fukuzaki, K. Kobayashi, K. Abe and T. Akiyama (2002) : VLBI-GPS Collocation Method at Geographical Survey Institute, International VLBI Service for Geodesy and Astrometry 2002 General Meeting Proceedings, 96-100.
- 飛田幹男 (2002) : 世界測地系対応ソフトウェア集, 日本測量協会.
- 吉田賢司 (2009) : コロケーション測量における XY・H 網平均計算の高精度化, 平成 21 年度高等測量研修課題研究報告書.